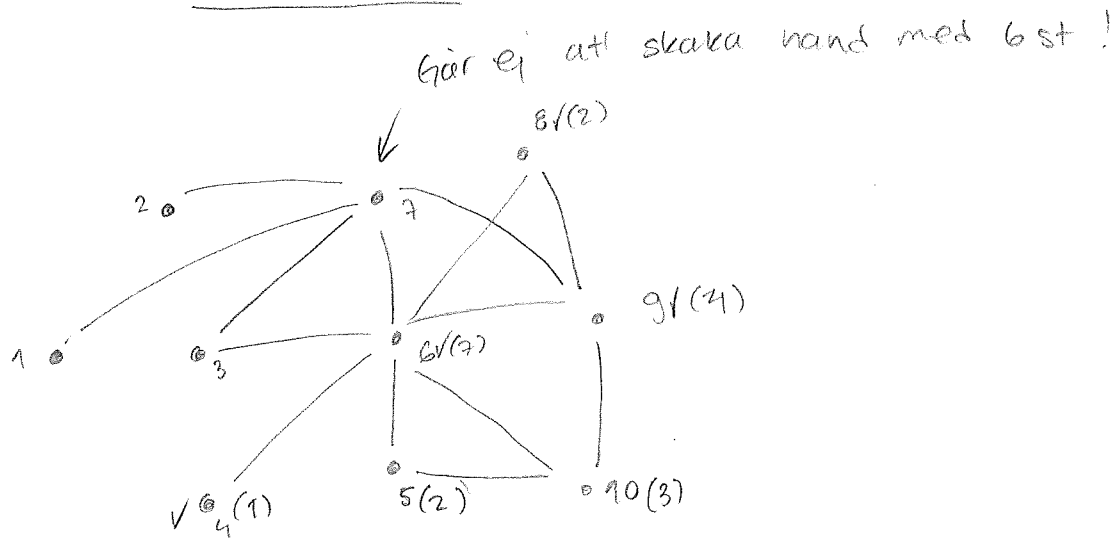


# Lektion 12

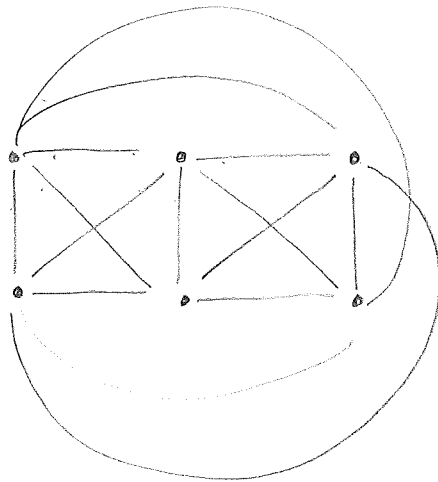
[9.2]



SVAR Nej

[9.3]

a)



$$d_G(v) = 5$$

b)  $n-1$ ,

c) visa att en  $K_n$  innehåller  $\frac{n(n-1)}{2}$  kanter.

Varje par av noder, har 1 kant. Antal sätt att välja 2 noder ur  $n$  är:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2}$$

om  $p$  känd:

vi vet att  $p \cdot q = n$  så  $q = \frac{n}{p}$

$$\phi(n) = (p-1)(q-1) = (p-1)\left(\frac{n}{p}-1\right)$$

$ak \equiv 1 \pmod{(p-1)\left(\frac{n}{p}-1\right)}$  enkelt

} p.s.s med  $q$ .

[8.6]

$$3x \equiv 4 \pmod{5}$$

$$x = 3 + 5n \quad \text{eftersom}$$

$$3 \times 2 = 6 \equiv 1 \pmod{5}$$

$$3 \times \underbrace{(3)}_x = 9 \equiv 4 \pmod{5} \quad \leftarrow$$

[10.2]

a)  $|E(S)| = 40$       7 st träd.  
 $|V(S)| = ?$

$|V(S)| = |E(G)| + r = 40 + 7 = 47.$

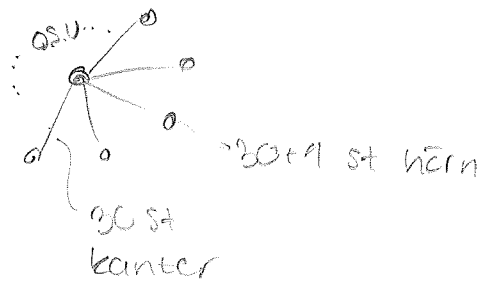
SVAR : 47

b)  $r = |V(S)| - |E(G)| = 68 - 57 = 11$

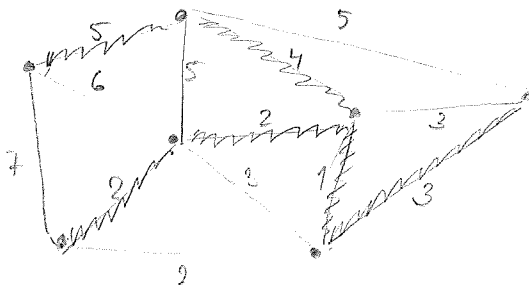
SVAR : 11

[10.3]

$30 + 1 = 31.$



[16.5]



id.	Böge	kanter.	tot. kost.
1.	(E, G)	1	1
2.	(D, E)	2	3
3.	(F, D)	2	5
4.	(F, G)	-	-
5.	(G, C)	3	8
6.	(D, E)	4	12
7.	(A, B)	5.	17

[10.11] Två st. träd  $T_1, T_2$  :

$$|E(T_1)| = 17, |V(T_2)| = 2|V(T_1)|$$

Bestäm  $|E(T_2)|, |V(T_1)|$  och  $|V(T_2)|$

Vi vet att

$$|V(T_1 + T_2)| = |E(T_1 + T_2)| + r = |E(T_1)| + |E(T_2)| + r \Rightarrow$$

$$|V(T_1)| + |V(T_2)| = |E(T_1)| + |E(T_2)| + r \Rightarrow$$

$$3|V(T_1)| = 17 + 2 + |E(T_2)| = 19 + |E(T_2)| \quad (1)$$

$$|V(T_1)| = |E(T_1)| + 1 = 17 + 1 = 18 \quad (2)$$

(2) i (1) ger:

$$3 \cdot 18 = 19 + |E(T_2)| \Rightarrow |E(T_2)| = \underline{35}$$

$$\underline{\text{SVAR}} : \begin{cases} |E(T_2)| = 35 \\ |V(T_1)| = 18 \\ |V(T_2)| = 36 \end{cases}$$

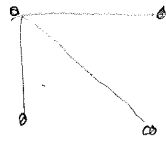
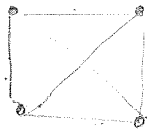
[16.20]

$K_3$ :



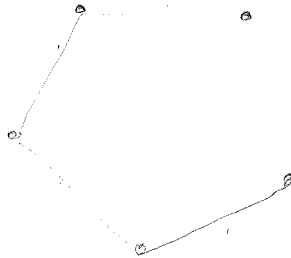
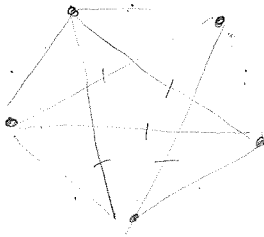
1 st.

$K_4$ :



3 st.

$K_5$ :



6 st.

---

Komplett graf med  $n$  hörn:

Antal kanter:  $\frac{n(n-1)}{2}$

Träd med  $n$  st hörn.

Antal kanter:  $n-1$

Hur många skall tas bort?

$$\frac{n(n-1)}{2} - k = n-1 \Rightarrow$$

$$\frac{n(n-1)}{2} - (n-1) = k$$

$$\frac{n(n-1) - 2(n-1)}{2} = \frac{n^2 - n - 2n + 2}{2} = \frac{n^2 - 3n + 2}{2} = \frac{(n-1)(n-2)}{2} = k$$

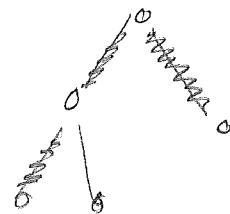
SVAR

[10.21]

1  
1 2 1  
1 3 3 1  
1 4 6 4 1

T är ett träd med  $n$  st hörn.

En enkel väg är en vägmellan två noder, där varje nod passerats max en gång. Vi kan välja 2 st noder på  $\binom{n}{2}$  olika sätt.

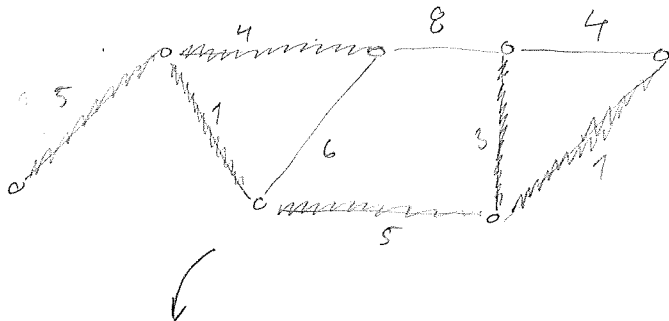


Vägen kan gå åt båda hållen så antal vägar

$$\text{blir } 2 \cdot \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \cdot 2 = n(n-1).$$

$$\text{Antal enkla delgrafer} = \binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} \text{ st.}$$

[10.24]



$$\text{Kostnad: } 5 + 4 + 1 + 5 + 3 + 1 = 19$$

En kod  $P$  kallas optimal för ett meddelande  $M$  där bokstäver  $a_i$  i alfabetet förekommer  $w_i$  gånger om  
 $l_{P_0}(M) \leq l_P(M)$ ,  $P$  kod. ↑ frekvensen av  $a_i$ .

↑  
 längd av kod

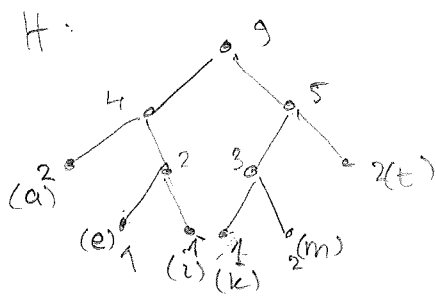
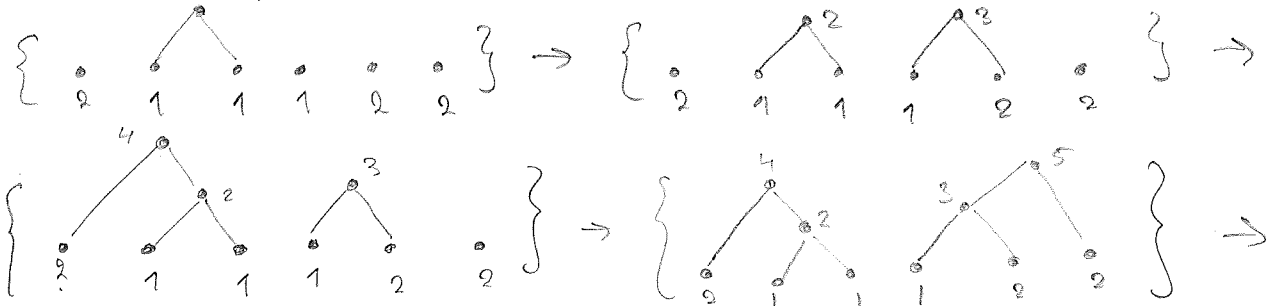
Huffmans metod för optimala prefixkoder (s. 177)

I meddelande använder man ett alfabet  $A = \{(a_i, w_i)\}$

1. Bilda en skog där varje nod är en bokstav markerad med dess frekvens.

$S = \{ \overset{\circ}{2} \overset{\circ}{1} \overset{\circ}{1} \overset{\circ}{1} \overset{\circ}{2} \overset{\circ}{2} \}$  (6 fullständiga binära träd av höjd 0)

2. Vi får:



- $P_0(a) = 00$
- $P_0(e) = 010$
- $P_0(i) = 011$
- $P_0(k) = 100$
- $P_0(m) = 101$
- $P_0(t) = 11$

# Lektion 13

[11.2]

$$\begin{cases} 8 \text{ hörn} \\ 7 \text{ regioner} \\ d(v) = 3 \text{ eller } 4 \end{cases}$$

Hur många hörn har  
gradtal 4?

$x$  = antal hörn med  $d(v) = 4$

$y$  = antal hörn med  $d(v) = 3$

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 3x + 4y = 2e \end{cases} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Eulers formel [s. 184] ger} \\ v - e + r = 2 \Rightarrow e = v + r - 2 = 8 + 7 - 2 = 13 \end{array} \right\}$$

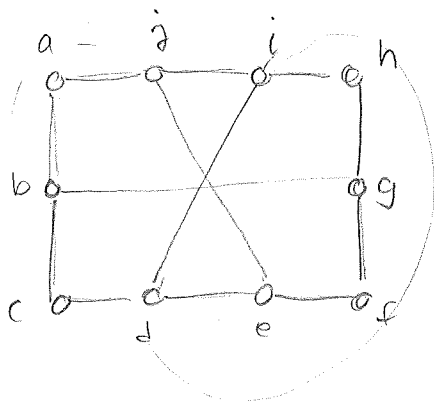
↑  
regioner

$$\begin{array}{l} -3 \\ \downarrow \end{array} \begin{cases} x + y = 8 \\ 4x + 3y = 26 \end{cases} \sim \begin{cases} x + y = 8 \\ x = 2 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases}$$

SVAR:  $\begin{cases} 2 \text{ st av grad } 4 \\ 6 \text{ st av grad } 3 \end{cases}$

[11.6]

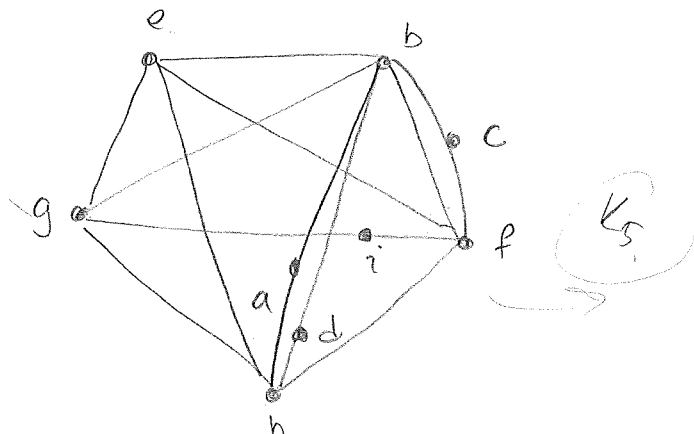
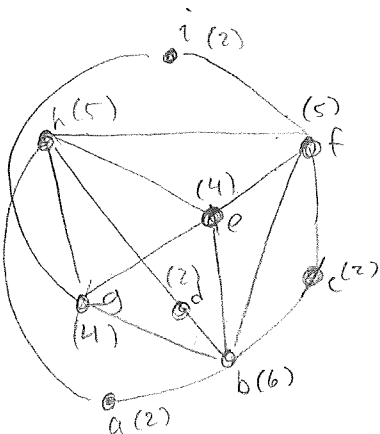
a)



↖ 3,3

Ej planär

b)



underdelning av  $K_5 \rightarrow$  ej planär!!