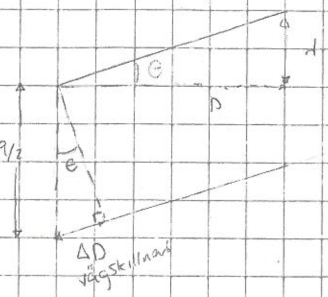
Le 6: Q: 2, 6, 7, 9, 10, 12 ; 73, 35, 17, 4, 57 ; 72, 64, 6, 11, 3

73 Monokromatiskt ljus med $\lambda = 420 \cdot 10^{-9}$ m är infallande på enkelspalt med bredd $a = 0{,}050 \cdot 10^{-3}$ m. Avståndet till plattan är $D = 3{,}5$ m. Betrakta en punkt på plattan $\underbrace{2{,}2 \text{ cm}}_{d}$ från ljusmax. Beräkna θ, α & relativa ljusstyrkan

Diffraktion i enkelspalt



- $\theta = \arcsin \frac{d}{D} = \arcsin\left(\frac{2.2 \cdot 10^{-2}\,m}{3.5\,m}\right) = 0.36^\circ$

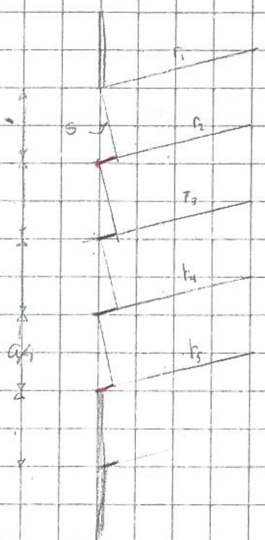
Formel för α & I:

$$\begin{cases} I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \\ \alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta \end{cases}$$

- $\alpha = \pi \cdot \frac{0.050 \cdot 10^{-3}\,m}{420 \cdot 10^{-9}\,m} \cdot \sin(0.36^\circ) = 2.35$ rad

- $\frac{I(\theta)}{I_{max}} = \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = 0.091439 \approx 0.91$

Kvalitativ genomgång



- Vägskillnaden mellan två par av strålar ska vara $\frac{\lambda}{2}$ för minimum

Intensitetsminimum vid $a \sin\theta = m\lambda$, för $m = 1, 2, 3, \ldots$

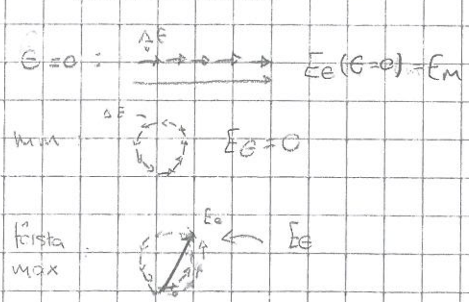
- Maximum är lokerat approximativt mitt emellan två närliggande minima.

- För att få minimum delar vi på a i ett jämnt antal intervall & parar ihop strålarna så de tar ut varandra. Detta kan generaliseras till att indela a i N st intervall med bredd Δx. Vi kan anta att Huygens princip gäller. För att se I som funktion av θ behöver vi se E_θ vid en godtycklig punkt vinkeln θ från centralaxeln. Vi måste då ta hänsyn till fasskillnaden

$$\Delta\phi = \underbrace{\frac{2\pi}{\lambda}}_{\text{fasskillnad}} \cdot \underbrace{\Delta x \sin\theta}_{\text{vägskillnad}}$$

Man kan anta att alla element som når P har samma amplitud ΔE

vektoradditionen



För att få E_θ används fasvektoraddition

Kvantitativt

$$I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin(\theta)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\phi = \frac{\pi}{\lambda} \sin(\theta)$$

ϕ är fasskillnaden, α är ett uttryck för relationen mellan θ & $I(\theta)$. Enheten är radianer

35 Finn separationen mellan två punkter på månytan som precis kan bli bestämda av teleskopet 5,1 m, genom att anta att separationen bestäms av diffraktionseffekt. Avståndet mellan jorden & månen är $3.8 \cdot 10^5$ km. Våglängden är $\lambda = 550$ nm.

Givet: $a = 5,1$ m
$D = 3,8 \cdot 10^8$ m
$\lambda = 550 \cdot 10^{-9}$ m

Sökt: d

Diffraktion av rund öppning: Analys av diffraktion av rund öppning med diametern d ger att första min uppstår vid $\left[\sin\theta = 1.22\,\frac{\lambda}{d}\right]$
Här är θ vinkeln från centralaxel till godtycklig punkt på min.

Diffraktion av ljus i runda öppningar är viktigt att kunna hantera då diffraktion kan göra två punkter omöjliga att åtskilja på ett objekt.

Två objekt som är knappt åtskiljda måste ha en vinkelseparation θ_R av

$$\left[\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1.22\lambda}{d}\right) \underset{\text{vinkeln är liten}}{\approx} \frac{1.22\lambda}{d}\right]$$

Minsta separationsvinkel: $\theta_R = \frac{1.22\lambda}{d} = 1.31 \cdot 10^{-7}$ rad

Den linjära separationen ges av: $\tan\theta_R = \frac{d}{L} \Rightarrow d = L \cdot \tan\theta_R = 49.996 \approx 50.0$ m

Svar: Avståndet är $d = 50$ m

17 Ljus av våglängd 620 nm åker genom dubbelspalt. Bestäm utifrån graf som plottar I/θ ...

(a.) Spaltbredden, (b.) spaltavstånd, (c.) bekräfta genom att sätta $m=1$, $m=2$

För dubbelspalt gäller formler

envelopet följer $a\sin\theta = m\lambda$, $m = 1, 2, 3, \ldots$

$$I(\theta) = I_m \cos^2\beta \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2$$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta$$

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta$$

(a.) $a = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{1 \cdot 620 \cdot 10^{-9}\ m}{\sin(5°)} = 7{,}1130\ldots \cdot 10^{-6} \approx 7{,}11\ \mu m$

(b.) Antalet ljusmax på grund av interferens i första diffraktionsmin är 4

$\therefore\ 4 = \frac{d}{a} \iff d = 4a = 4 \cdot 7{,}1\ \mu m \approx 28{,}44\ \mu m$

(c.) $$I\left(\frac{5}{4}\right) = 7 \cdot \cos^2\left[\frac{\pi \cdot 28 \cdot 10^{-6}}{620 \cdot 10^{-9}}\sin\left(\frac{5}{4}\right)\right] \cdot \left[\frac{\sin\left[\frac{\pi \cdot 7{,}11 \cdot 10^{-6}}{620 \cdot 10^{-9}}\sin\left(\frac{5}{4}\right)\right]}{\frac{\pi \cdot 7{,}11 \cdot 10^{-6}}{620 \cdot 10^{-9}}\sin\left(\frac{5}{4}\right)}\right]^2 \approx 5{,}67$$

Stämmer väl överens med graf!

4 Ett diffraktionsgitter har $a = 300$ nm, $d = 900$ nm.
Man lyser med $\lambda = 625$ nm (monokromatiskt ljus) rakt på

(a.) Hur många maxima skådas i mönstret?
(b.) Vad är vinkelbredden av en spektrallinje observerad i första ordningen om antalet linjer är $N = 1000$?

(a.)
Gitterformeln ges $d \sin\theta = m\lambda \Leftrightarrow \sin\theta = \frac{m\lambda}{d} = \frac{625}{900} \cdot m$

$\therefore \left|\frac{625}{900} m\right| \leq 1$ där $m = \pm 0, 1, 2, 3$

Vi ser att $m = 0, \pm 1 \Rightarrow 3$ st maxpunkter observeras!

(b.) $\Delta\theta_{hw} = \arcsin \frac{\lambda}{Nd}$