Le 4 : Q 1, 3, 9, 11, 12 ; 42, 1, 60, 39, 62 ; 27, 3, 16, 21, 33, 22

42 Frank D. Drake, en underskare vid SETI-programmet, sa en gång att ett stort radioteleskop kan detektera en signal som når hela jordytan en effekt av en picowatt

(a) Vilken effekt skulle detekteras av teleskopet för en sådan signal. Antennens diameter är $d_A = 300\,m$

Jordens radie $r_E = 6.37 \cdot 10^6\ m$
Antennens radie $r_A = 150\ m$
Mottagen effekt totalt: $P = 1{,}0 \cdot 10^{-12}\ W$

Vi tänker oss att vi söker P_M, mottagen effekt av antennen. Löses genom att beräkna relativa arean mellan antenn & jorden

$$P_M = P \cdot \frac{Area_A}{Area_E} = P \cdot \left(\frac{\pi r_A^2}{4\pi r_E^2}\right) = \frac{1.0 \cdot 10^{-12}\,W \cdot (150\,m)^2}{4(6.37 \cdot 10^6\,m)^2} = 1{,}3867 \cdot 10^{-22}\,W$$

$\therefore\ P_M \approx 1{,}4 \cdot 10^{-22}\ W$

(b) Vad skulle vara effekten av en isotopisk källa 9000 ly bort som ger den signalen?

$\underbrace{9000\ ly}_{d}$

$l_y = v \cdot t = c \cdot 9000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 = 2.83824 \cdot 10^{11}$

Det finns en formel som beskriver ljusintensiteten av en isotopisk källa & avståndet

$$\left[I = \frac{Power}{Area} = \frac{P_S}{4\pi d^2} \right] \quad , \text{ har med } \quad I = \frac{P}{Area_E}$$

Vi söker $P_S = 4\pi d^2 I = 4\pi d^2 \cdot \frac{P}{Area_E} = \frac{4\pi d^2}{4\pi r_E^2} \cdot P = \left(\frac{d}{r_E}\right)^2 \cdot P =$

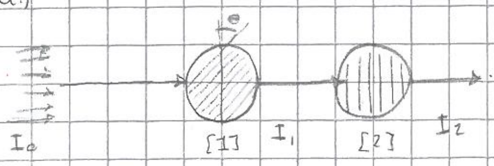
$$= \frac{(2.99792458 \cdot 10^8\ m/s \cdot 2{,}83824 \cdot 10^{11}\ s)^2}{(6{,}37 \cdot 10^6\,m)^2} \cdot (1 \cdot 10^{-12}\,W) = 1{,}7842\ldots \cdot 10^{14}\ W \approx 1{,}8 \cdot 10^{14}\ W$$

Svar: a) $P_M \approx 1.4 \cdot 10^{-22}\ W$, b) $P_S = 1{,}8 \cdot 10^{14}\ W$

1 En stråle åker genom system med två polariseringsfilter. Relativt infallande ljus polarisering är filtren vinklade θ & $90°$.

(a.) Om 0,20 av infallande ljus tar sig genom systemet. Vad är θ?
(b.) Vilken procentuell intensitet har det utgående ljuset om $\theta = 0°$?

a.)



Om infallande ljus I_0 är...
opolariserat $\Rightarrow$ $I_1 = \frac{1}{2} I_0$
polariserat $\Rightarrow$ $I_1 = I_0 \cos^2\theta$

~~Ljuset~~
Ljuset är opolariserat infallande så $I_1 = I_0 \cos^2\theta$, $I_2 = I_1 \cos^2(90° - \theta) = I_1 \sin^2\theta$

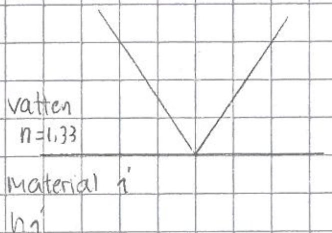
$$\therefore \quad I_2 = I_0 \sin^2\theta \cos^2\theta = \frac{I_0}{4} \sin^2(2\theta) \iff \sin^2(\theta) = 4 \cdot \frac{0{,}2}{I_0} \Rightarrow$$

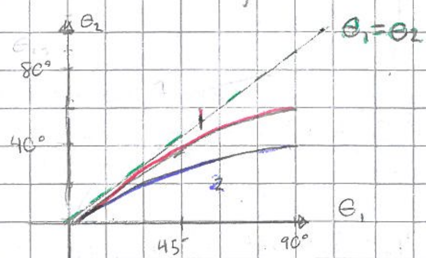
$$\Rightarrow \quad \theta = \begin{cases} \frac{1}{2} \arcsin \sqrt{0{,}8} \approx 32° \\ \frac{1}{2}(180° - \arcsin \sqrt{0{,}8}) \approx 58° \end{cases}$$

Svar: $\theta = 32°$ eller $58°$

b.) Om första vinkeln $\theta = 0$ är $I_1 = I_0$ så $I_2 = I_1 \cos^2(90) = 0$

6C Bestäm utan beräkningar om brytningsindex nedan är större än eller mindre än $n_{vatten} = 1.33$. Grafen visar två brytningsindex





θ_1 är infallande vinkel
θ_2 är refraktionsvinkel

refraktion kan beskrivas
$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1$

$$\frac{n_{vatten}}{n} = \frac{\sin(\theta_2)}{\sin(\theta_1)} = 1 \text{ om } \theta_2 = \theta_1$$

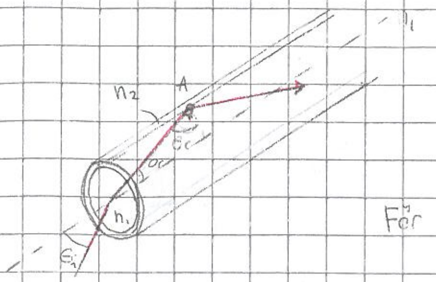
Vi ser att både för material 1 & material 2 är $\theta_1 > \theta_2$ så $n > n_{vatten}$

Material 1: $\theta_1 = 90°$, $\theta_2 = 60°$, $n_{vatten} = 1{,}33$ ger $n_2 = \frac{n_{vatten} \cdot \sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} \approx 1{,}5357 \approx 1{,}54$

Material 2: $\theta_1 = 90°$, $\theta_2 = 40°$, $n_{vatten} = 1{,}33$ ger $n_2 = \frac{1.33 \cdot \sin(90°)}{\sin(40°)} = 2{,}069\ldots \approx 2{,}07$

Svar: $n_1 = 1{,}54$, $n_2 = 2{,}07$

39 Optisk fiber



En optisk fiber har en plastkärna med $n_1 = 1,58$ & ett gummifodral med $n_2 = 1,46$. En ljusstråle är infallande mot dess ände med θ_i. Vid A sker totalreflektion. Vad är θ_i maxvärde som tillåter totalreflektion?

För totalreflektion har vi formeln $\theta_c \geq \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

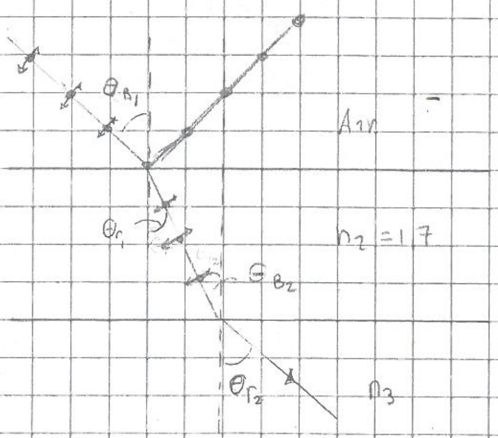
Vi får två samband
$$\begin{cases} n_{luft} \cdot \sin(\theta_i) = n_1 \cdot \sin(\theta_r) & (1) \\ \theta_c \geq \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) & (2) \\ \theta_c = 90° - \theta_r & (3) \end{cases}$$

(2) & (3) ger $\theta_r \leq 90° - \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \leq 90° - 67,5256° \leq 22,5°$

(1) ger $\sin\theta_i = \frac{n_1}{n_{luft}} \sin(\theta_r) \Rightarrow \sin\theta_i \leq \frac{n_1}{n_{luft}} \sin(22,5°) \leq 0.604464...$

$\Leftrightarrow \quad \theta_i \leq \arcsin(0.604464...) = 37,2°$

62.



Strålen är infallande på luft-n_2 övergången med Brewster-vinkeln för den övergången. Samma sak gäller med refraktionsvinkeln som blir infallande vinkel i övergången n_2-n_3 med Brewstervinkeln. Vad är värdet på n_3?

Polarisation genom reflektion
Allt ljus polariseras något via reflektion. Om infallande ljus är opolariserat innebär det att dess vinkelräta komponenter är av samma magnitud. Vid reflektionen kommer dock polarisering omfördela magnituden. Om en av komponenterna totalt släcks ut är infallande vinkel Brewstervinkeln.

Brewsters lag $\quad \theta_B + \theta_r = 90°$

$\theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

Vi har $\sin\theta_{B_1} = n_2 \sin\theta_r \Rightarrow$

$\theta_{B_1} = \tan^{-1}\left(\frac{1,7}{1,0}\right) = 59,5344$

$\theta_{r_1} = 90 - \theta_{B_1} = 30,4655...$

Detta ger $\frac{n_3}{n_2} = \tan\theta_{B_2} = [\theta_{r_2} = \theta_{B_2}] = \tan\theta_{r_2}$

$\Rightarrow \quad n_3 = n_2 \cdot \tan\theta_{r_2} = 1,7 \cdot \tan(30,4655...°) = \underline{1.0}$

Svar: $n_3 = 1.0$

27 Det maximala elektriska fältet 27 m från en isotropisk källa av ljus är 17 V/m. Vad är maximalt värde av det magnetiska fältet & genomsnittligt ljus av ljus där? Vad är ljuskällan?

- Vi har $E_{max} = 17\ V/m$ & kan då utnyttja $\left[B_m = \frac{E_m}{c} \right]$ för att få ut förhållandet mellan del elektriska faltet & det magnetiska

$$B_m = \frac{17\ V/m}{2{,}9979\ldots \cdot 10^8 m/s} = 5{,}6705\ldots \cdot 10^{-8}\ T \approx 57 \cdot 10^{-9}\ T = \underline{57\ nT}$$

- För att få ut genomsnittlig ljusintensitet används $\left[I = S_{avg} = \frac{1}{c\mu_0}[E^2]_{avg} = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms}^2 \right.$ där $\left. E_{rms} = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \right]$

$$S_{avg} = \frac{1}{c\mu_0} E_{rms}^2 = \frac{1}{c\mu_0}\left[\frac{E_m^2}{2}\right] \quad \text{där } \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ T \cdot \frac{V}{M}$$

$$S_{avg} = \frac{(17.0\ \frac{V}{m})^2}{2\,(4\pi \cdot 10^{-7}\ T\ \frac{V}{A}) \cdot 2.9979 \cdot 10^8 m/s} = 0.38356\ldots \approx \underline{0.38\ W/m^2}$$

- Ljuskällan beskrivs som beroende av intensitet & avstånd från källan

$$P_s = I_{avg} 4\pi r^2 = 0.38\ W/m^2 \cdot 4\pi \cdot 27^2\ m^2 = 3513{,}78\ldots \approx \underline{3{,}5\ kW}$$

---

3 Opolariserat ljus passerar 3 st filter med vinklar $\theta_1 = 40°$, $\theta_2 = -10°$, $\theta_3 = 40°$ mot vertikala y-axeln.

(a.) Vilken andel av ljus passerar systemet.
(b.) Vilken polarisationsvinkel mot y-axeln har utgående ljus?

(a.) Opolariserat ljus påverkas så att $I_1 = \frac{1}{2} I_0$

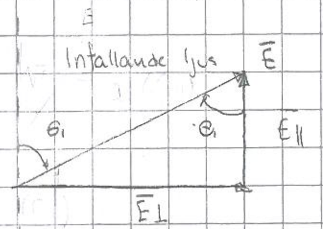
Utgående ljus: $I = \frac{I_0}{2}\cos^2(\theta_2 - \theta_1)\cos^2(\theta_3 - \theta_2) \Rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{1}{2}\cos^2(-50°)\cos^2(50°)$

Där $\frac{I}{I_0} = 0.0853571 \approx 8.5\%$

(b.) Det utgående ljuset har polarisationsriktningen 40° moturs från positiva y-axeln enligt bild.

16 Vid en strand en specifik dag är den horisontella komponenten 2.0 gånger den vertikala (Elektriskt fält). En solare tar på ett par polariseringsglasögon som tar bort horisontell komponent.

(a) Vilken fraktion av ljuset når solarens ögon om han står upp



Givet är $E_\perp = 2E_\parallel \Rightarrow E = \sqrt{5}\,E_\parallel$

$\therefore \quad \theta_1 = \arcsin\frac{2}{\sqrt{5}}$ & $\theta_2 = 90°$ (stående)

ingående i

$$I_2 = I_1 \cos^2(\theta_2 - \theta_1) = I_1 \cos^2\left(90 - \arcsin\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \left[\sin v = \cos(90° - v)\right] = I_1 \cos^2\left(\arccos\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 = \frac{1}{5} = 0.20$$

(b) ... Om han ligger ner?

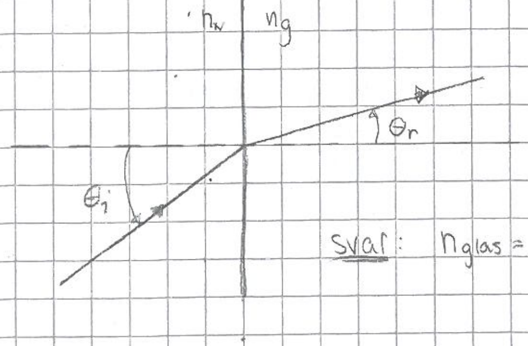
Vi har samma infallande ljus men om han ligger ner blir $\theta_2 = 0°$

$$\therefore \quad \frac{I_2}{I_1} = \cos^2\left(\arccos\frac{2}{\sqrt{5}}\right) = \frac{4}{5} = 0.8$$

Svar: a) Stående ger 20 % ljusintensitet med glasögon
b.) liggande ger 80 %

---

21 Ljus i vakum är infallande mot en glasskiva. Vad är glasets refraktionsindex? Infallande vinkel är 32° & refrak.vinkel 16.0°

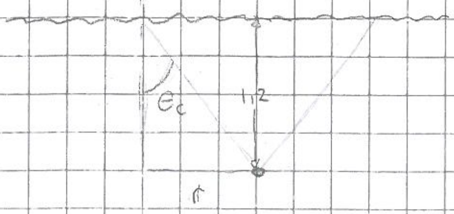


formell ger: $n_v \cdot \sin(\theta_1) = n_g \sin(\theta_r)$

$$\Rightarrow \quad n_g = n_v \frac{\sin(\theta_i)}{\sin(\theta_r)} = \left[n_v = 1\right] = \frac{\sin(32°)}{\sin(16°)} \approx 1.92$$

Svar: $n_{glas} = 1.92$

33 En ljuskälla är 1,2 m under vatten. Finn diametern på cirkeln i vattenytan där ljuskällan emitterar ljus.



Hypotes: Den kritiska vinkeln ger cirkelranden

$$\theta_c = \arcsin \frac{n_2}{n_1} = \arcsin\left(\frac{1,00}{1,33}\right) = 48,75^\circ$$

Diametern ges då av $2 \cdot r = 2 \cdot 1,2 \tan\theta_c = 2,4 \cdot \tan(48.75^\circ)$

då $d = 2,7366 \approx 2,74$ m

---

21 Ett visst typ av glas har $n_g = 1,62$ för rött ljus. Vid vilken vinkel kommer infallande ljus vara helt polariserat när det reflekteras av glaset? Kommer motsvarande vinkel vara större eller mindre för blått ljus?

Polarisation vid reflektion: Ljuset är helt polariserat vid Brewstervinkeln.

$$\theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = \tan^{-1}(1,62) = 58.3^\circ$$

Kromatisk dispersion: refraktionsindex av ljus beror på ljuskomponenternas våglängd. Generellt är brytningsindexen större för ljus med kortare våglängd. Vi får alltså:

rött ljus $\tan^{-1}\left(\frac{n_{rött}}{1,00}\right)$

blått ljus $\tan^{-1}\left(\frac{n_{blått}}{1,00}\right)$

$n_{blått} > n_{rött}$ och arctan injektiv på IR så vinkeln för total polarisation är större för blått ljus.