Lektion 4

TANA21 – Beräkningsmatematik

Interpolation

Skriven av Oliver Wettergren

oliwe188@student.liu.se

https://www.instagram.com/olwettergren/

4,1

a) interpolation - mellan vs extrapolation utanför

b) inter- linjer går igenom punkterna
approx- linjer går ej igenom punkterna

4,2

a) polynom av grad 1
b) 2
c) 3
d) Trigonometrisk polynom (polynom med potenser av sin x cos x)
e) Interp. med funktioner som ger ickelinjärt ekvationssystem
f) Styckvis förstagradspolynom
g) andra
h) tredje
i) kubisk sp. Andraderivatan = 0 i ändpunkterna.
j) kubisk sp. Periodisk första och andraderivata
k) kubisk spline med givna derivator
l) kubisk spline med kont tredjederivata mellan 1:a och 2:a samt näst sista och sista.

4,3

x	$-\pi$	0	π
$f(x)$	0	1	0

a) Linjär spline b) kvadratisk spline c) trig interpolation interpolation

4,4 Stora variationer i ändarna vid höga graden.

4,5 $P(x) = 3 + x(2+x)$

b) $p(x) = 1 + x(-1 + x(1-x))$

c) $p(x) = -2 + x(3 + x^2(-1+3x))$

4,6

$p(x) = 3x - 3 + 4(x^2 - 4x + 3) + 2(x^3 - 4x^2 + 3x - 5x^2 + 20x - 15)$

$= 3x - 3 + 4x^2 - 16x + 12 + 2x^3 - 8x^2 + 6x - 10x^2 + 40x - 30$

$= -21 + 33x - 14x^2 + 2x^3 \Rightarrow p(x) = -21 + x(33 - x(14 + 2x))$

4,7

a)

x	2	5
$f(x)$	3	0

$p(x) = C_1 + C_2(x-2)$

$p(2) = C_1 = 3$ $\quad C_1 = 3$

$p(5) = C_1 + 3C_2 = 0$ $\quad C_2 = -1$

$p(x) = 3 - (x-2)$

b)

x	2	5	6
$f(x)$	3	0	1

$p_1(x) = C_1 + C_2(x-2) + C_3(x-2)(x-5)$

$p(2) = C_1 = 3$

$p(5) = C_1 + 3C_2 = 0$

$p(6) = C_1 + 4C_2 + 4C_3 = 1$

$3-4 \quad +4C_3 = 1 \Leftrightarrow C_3 = \frac{1}{2}$

$p(x) = 3-(x-2)+\frac{1}{2}(x-2)(x-5)$

c)

x	2	5	6	8
$f(x)$	3	0	1	-1

$p(x) = \quad C_1 + C_2(x-2) + C_3(x-2)(x-5) + C_4(x-2)(x-5)(x-6)$

$p(2) = C_1 \qquad = 3$ $\qquad 18\cdot 6 = 60+24$

$p(5) = C_1 + 3C_2 \quad = 0$

$p(6) = C_1 + 4C_2 + 4C_3 = 1$

$p(8) = C_1 + 6C_2 + 18C_3 + 36C_4 = -1 \Leftrightarrow C_4 = -\frac{7}{36}$

496 AMORTIZADOS!

$f(2,1)$

$p(x) = C_1 + C_2(x-1) + C_3(x-1)(x-2) + C_4(x-1)(x-2)(x-3)$

x	1	2	3	4
$f(x)$	2	1	-1	0

$p(1) = C_1 \qquad = 2$

$p(2) = C_1 + C_2 \qquad = 1 \qquad C_2 = -1$

$p(3) = C_1 + 2C_2 + 2C_3 = -1 \qquad 2C_3 = -1-2-2(-1) = -1 \Leftrightarrow C_3 = -\frac{1}{2}$

$p(4) = C_1 + 3C_2 + 6C_3 + 6C_4 = 0$

$6C_4 = -C_1 - 3C_2 - 6C_3 = -2+3+3 = 4 \Leftrightarrow C_4 = \frac{2}{3}$

$p(x) = 2 \quad -(x-1) - \frac{1}{2}(x-1)(x-2) + \frac{2}{3}(x-1)(x-2)(x-3)$

$p(2,1) =$

4,11 a)

x	2	5	6	8
y	3	0	1	-1

$$p(x) = c_1 \frac{(x-5)}{(2-5)} + \underset{=0}{c_2} \frac{(x-2)}{5-2} = -(x-5)$$

$$c_1 = 3$$

b) $$p(x) = c_1 \frac{(x-5)(x-6)}{(2-5)(2-6)} + \underset{=0}{c_2} \frac{(x-2)(x-6)}{(5-2)(5-6)} + \underset{=1}{c_3} \frac{(x-2)(x-5)}{(6-2)(6-5)}$$

$=$

c) $$p(x) = \underset{=3}{c_1} \frac{(x-5)(x-6)(x-8)}{\underbrace{(2-5)(2-6)(2-8)}_{-3\cdot(-4)\cdot(-6)}} + \underset{=0}{c_2} \frac{(x-2)(x-6)(x-8)}{(5-2)(5-6)(5-8)} +$$

$$\underset{=1}{c_3} \frac{(x-2)(x-5)(x-\cancel{8})}{\underbrace{(\cancel{8}-2)(6-5)(6-8)}_{4\cdot 1\cdot(-2)}} + \underset{=-1}{c_4} \frac{(x-2)(x-5)(x-6)}{\underbrace{(8-2)(8-5)(8-6)}_{6\cdot 3\cdot 2}}$$

$$= -\frac{1}{24}(x-5)(x-6)(x-8) - \frac{1}{8}(x-2)(x-5)(x-8)$$

$$-\frac{1}{36}(x-2)(x-5)(x-6)$$