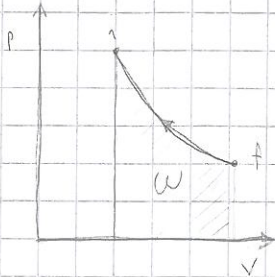


Le 9: Q1, 2, 3, 4, 5; 45, 47, 39, 24, 12; 23, 36, 46, 17, 2

45 Antag att 2,00 mol av en ideal gas undergår en reversibel isotermsk kompression från volym 1 till volym 2 =  $\frac{1}{2}V_1$  vid  $T = 400\text{ K}$

- (a) Finn arbetet utfört av gasen  
 (b) Finn entropiförändringen av gasen  
 (c) Om kompressionen är reversibel & adiabatisk istället för isotermsk, vad är entropiförändringen



Arbete gas:  $\int p dV = \{AGW \Rightarrow p = \frac{nRT}{V}\} = nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)$

Numeriskt  $nRT \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) = 2,00 \text{ mol} \cdot 400 \text{ K} \cdot 8,31 \text{ J/Kmol} \ln\left(\frac{1}{\frac{1}{2}}\right) = -4,61 \text{ kJ}$

För gaser beräknas S via  $Q = \Delta E_{\text{int}} + W \Rightarrow S = nC_v \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + nR \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Här kommer första termen vara = 0 för processen är isotermsk så  $\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \ln 1 = 0$

Den makroskopiska beskrivningen av entropi, S,  $\Rightarrow \Delta S = \int \frac{dQ}{T} \stackrel{\text{isotermsk}}{=} \frac{Q}{T} = \frac{-4,61 \text{ kJ}}{400 \text{ K}} = -11,52 \text{ J/K}$

Om processen är adiabatisk är  $\Delta S = 0$  för  $dQ = 0$ , En adiabatisk process kallas även isentrop

Svar: (a)  $W_{\text{isotermsk}} = -4,61 \text{ kJ}$ , (b)  $S_{\text{isotermsk}} = -11,52 \text{ J/K}$ , (c)  $S_{\text{isentrop}} = 0$

47 En 20g isbit vid  $-15,0^\circ\text{C}$  placeras i en sjö vars temperatur är  $15,0^\circ$ . Beräkna förändringen i entropi av "systemet", då isbiten kommer i termisk jämvikt med sjön!  $C_{\text{is}} = 2220 \text{ J/kg}$

Händelsen kan liknas vid en fri expansion och är irreversibel. Den kan dock jämföras med motsvarande reversibla process då  $\Delta S$  är vägberoende. Vi beräknar  $\Delta S$  för isen & sjön separat.

$$\Delta S_{\text{is}} = \int_{T_1}^{273} \frac{mC_{\text{is}}}{T} dt + \frac{mL_f}{273\text{K}} + \int_{273}^{T_2} \frac{mC_{\text{H}_2\text{O}}}{T} dt =$$

$$= 20 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \left[ 2220 \text{ J/kg} \cdot \ln\left(\frac{273\text{K}}{258\text{K}}\right) + 333 \cdot 10^3 \text{ J/kg} \cdot \frac{1}{273\text{K}} + 4187 \text{ J/kg} \cdot \ln\left(\frac{288\text{K}}{273\text{K}}\right) \right] = 31,38 \text{ J/K}$$

Om sjön är en reservoar kommer givetvis att den  $\Delta Q$  vara negativ som krävs för att skapa systemjämvikt.

$$\Delta S_{\text{sjö}} = - \frac{mC_{\text{is}} \Delta T + mL_f + mC_{\text{H}_2\text{O}} \Delta T}{288\text{K}} = -29,798$$

$$\Delta S = \Delta S_{\text{is}} + \Delta S_{\text{sjö}} = 31,38 \text{ J/K} - 29,798 \text{ J/K} = 1,582 \text{ J/K} \approx 1,6 \text{ J/K}$$

Svar:  $\Delta S = 1,6 \text{ J/K}$

39 I ett experiment blandas 400g aluminium vid 100°C med 50 g vatten vid 20,0°C. Blandningen är termiskt isolerad. (a) Vad är jämnsttemperaturen? (b) Vad är ändringen i entropi?

$$C_{al} = 900 \text{ J/kgK} \quad C_{H_2O} = 4187 \text{ J/kgK}$$

$[Q_{H_2O} + Q_{al} = 0]$  för termiskt isolerat system

$$M_{al} \cdot C_{al} \cdot (T_{jäm} - T_{i,al}) = M_{H_2O} \cdot C_{H_2O} (T_{i,H_2O} - T_{jäm}) \Leftrightarrow T_{jäm} = \frac{T_{i,H_2O} M_{H_2O} \cdot C_{H_2O} + T_{i,al} \cdot M_{al} \cdot C_{al}}{M_{H_2O} \cdot C_{H_2O} + M_{al} \cdot C_{al}}$$

$$T_{jäm} = \frac{(273,15 + 20) \text{K} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 4187 \text{ J/kgK} + (273 + 100) \text{K} \cdot 400 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 900 \text{ J/kgK}}{50 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 4187 \text{ J/kgK} + 400 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 900 \text{ J/kgK}} = 343,63 \text{ K} \approx 70,6^\circ\text{C}$$

Entropiändringen ges av

Aluminium

$$\Delta S_{al} = \int \frac{dQ}{T} = M_{al} \cdot C_{al} \cdot \ln\left(\frac{T_{i,al}}{T_{jäm}}\right) = 400 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 900 \text{ J/kgK} \cdot \ln\left(\frac{100 + 273 \text{K}}{343,63 \text{K}}\right) = -29,515 \text{ J/K}$$

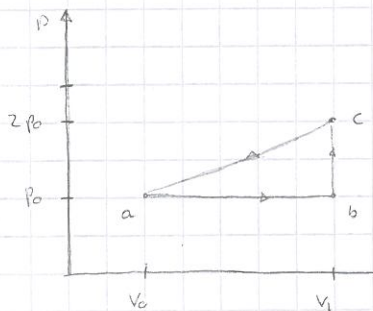
Vatten

$$\Delta S_{H_2O} = \int \frac{dQ}{T} = M_{H_2O} \cdot C_{H_2O} \ln\left(\frac{T_{jäm}}{T_{i,H_2O}}\right) = 50 \cdot 10^{-3} \text{kg} \cdot 4187 \text{ J/kgK} \cdot \ln\left(\frac{343,63 \text{K}}{293 \text{K}}\right) = 33,374 \text{ J/K}$$

System:  $\Delta S = \Delta S_{al} + \Delta S_{H_2O} = -29,515 \text{ J/K} + 33,374 \text{ J/K} = 3,82 \text{ J/K}$

Svar: (a)  $T_{jäm} = 70,6^\circ\text{C}$ , (b)  $\Delta S_{al} = -29,5 \text{ J/K}$ ,  $\Delta S_{H_2O} = 33,374 \text{ J/K}$ ,  $\Delta S = 3,82 \text{ J/K}$

24



(a) För 2,5 mol i en monoatomisk gas som går genom cirkeln där  $V_1 = 4V_0$ . Vad är  $\frac{W}{P_0 V_0}$  när gasen går  $a \rightarrow b \rightarrow c$

process  $a \rightarrow b \rightarrow c$  är konstant tryck så  $W = P_0 (V_1 - V_0)$

$$\Rightarrow \frac{W}{P_0 V_0} = \frac{P_0 (4V_0 - V_0)}{P_0 V_0} = 3,00$$

Vad är  $\Delta E_{int} / P_0 V_0$  när...

(b)  $b \rightarrow c$ : För b gäller  $4P_0 V_0 = nRT_0 \Rightarrow T_0 = \frac{4P_0 V_0}{nR}$  &  $2P_0 \cdot 4V_0 = nRT_1$

$$\Rightarrow T_1 = 8T_0 \quad \Delta T = T_1 - T_0 = 8T_0 - 4T_0 = 4T_0$$

$$\Delta E_{int} = n C_V \Delta T = C_V \cdot \frac{4P_0 V_0}{R} = \frac{3}{2} R \cdot \frac{4P_0 V_0}{R} = 6P_0 V_0 \Leftrightarrow \frac{\Delta E_{int}}{P_0 V_0} = 6,00$$

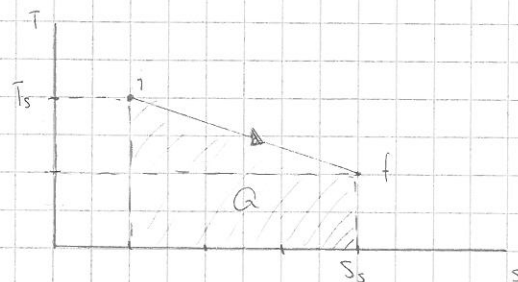
(c) genom en cirkel:  $\Delta E_{int} = 0$  i en cirkel!  $\rightarrow \frac{8T_0}{4T_0}$

(d)  $\Delta S$   $b \rightarrow c$   $\Delta S = \frac{n C_V}{T} dT = 2,5 \cdot \frac{3}{2} R \ln \frac{8}{4} = 21,6 \text{ J/K}$

(e)  $\Delta S$  genom en cirkel = "Entropi",  $S$ , är en tillståndsvariabel  $\Rightarrow \Delta S_{cirkel} = 0$

12 Ett sampel med 2,5 mol enatomig gas undergår en reversibel process enligt figur. Skalan på vertikal axel definieras  $T_1 = 400 \text{ K}$  & horisontell axel  $S_1 = 20 \text{ J/K}$ .

- (a.) Hur mycket värme absorberas av gasen?  
 (b.) Hur förändras gasens inre energi?  
 (c.) Hur mycket arbete utförs av gasen?



(a)  $S \cdot T = \text{J/K} \cdot \text{K} = \text{J}$ ,  $\therefore$  Area under graf är  $Q$

$$Q = 200 \text{ K} \cdot 15 \text{ J/K} + 100 \text{ K} \cdot 15 \text{ J/K} = 4,5 \text{ kJ}$$

(b)  $\Delta E_{\text{int}} = C_v n \Delta T = \frac{3}{2} R \cdot 2,5 \text{ mol} \cdot (200 - 400) \text{ K} = -6,2 \text{ kJ}$

(c.) Första HS  $\Rightarrow w = Q - \Delta E_{\text{int}} = 4,5 \text{ kJ} - (-6,2 \text{ kJ}) = 11,1 \text{ kJ}$

23 En 3,9 mols-sampel av enatomig gas expanderas reversibelt & isotermiskt vid 300 K till  $v_f = 3,4 v_i$ . Hur förändras entropin?

$\Delta S$  är en tillståndsvariabel  $\Rightarrow \Delta S_{\text{irr}} = \Delta S_{\text{rev}} = \int \frac{dQ}{dT} \Big|_{\text{isoterm}}$

$$\Delta S = nR \int \frac{1}{v} dv = nR \ln\left(\frac{v_f}{v_i}\right) = 3,9 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ J/molK} \cdot \ln(3,4) = 39,66 \text{ J/K} \approx 39,7 \text{ J/K}$$

Svar:  $\Delta S_{\text{ise}} = 39,7 \text{ J/K}$

36 Hur mycket energi måste övertäckas som värme för en reversibel isotermisk expansion av en idealgas vid  $180^\circ\text{C}$  om  $\Delta S = +46,0 \text{ J/K}$

I en isotermisk expansion gäller  $\Delta S = 0$  för reversibel

$\therefore \Delta S_{\text{omgivning}} = -46,0 \text{ J/K}$  & för en isoterm gäller  $\Delta S_{\text{ise}} = \frac{Q}{T} \Leftrightarrow Q = \Delta S_{\text{ise}} \cdot T$

$$= 46,0 \text{ J/K} \cdot (180 + 273) \text{ K} = 20,8 \text{ kJ}$$

Svar:  $Q_{\text{tillförd}} = 20,8 \text{ kJ}$

46: (a) Vad är  $\Delta S$  för en 15 gram isbit som smälter totalt i en kruk med vatten vars temperatur är 273 K.

(b) Vad är  $\Delta S$  för en sked med 5 gram vatten som evaporerar totalt på en varm tallrik vars temperatur är precis ovanför vattens kokpunkt?

$$\Delta S_{\text{is}} = \frac{m \cdot L_f}{273 \text{ K}} = \frac{15 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 333 \cdot 10^3 \text{ J/kg}}{273 \text{ K}} = 18,3 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{m \cdot L_f}{373 \text{ K}} = \frac{5 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 2256 \cdot 10^3 \text{ J/kg}}{373 \text{ K}} = 30,2 \text{ J/K}$$

17 Ett block av koppar vars temperatur är 200 K placeras i en isolerad behållare med 100 g bly som är 400 K.

(a) Vad är jämviktstemperaturen?

(b) Vad är  $\Delta E_{\text{int, sys}}$ ?

(c) Vad är  $\Delta S_{\text{sys}}$ ?

$$(a) T_{\text{jäm}} = \frac{T_{i, \text{Cu}} \cdot m_{\text{Cu}} \cdot C_{\text{Cu}} + T_{i, \text{Pb}} \cdot m_{\text{Pb}} \cdot C_{\text{Pb}}}{m_{\text{Pb}} C_{\text{Pb}} + m_{\text{Cu}} C_{\text{Cu}}} = \frac{200 \text{ K} \cdot 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 386 \text{ J/kgK} + 400 \text{ K} \cdot 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 128 \text{ J/kgK}}{50 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 386 \text{ J/kgK} + 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 128 \text{ J/kgK}}$$

$$= 279,7 \approx 280,0 \text{ K}$$

(b)  $\Delta E_{\text{int, sys}} = 0$  ty systemet är isolerat

$$(c) \Delta S_{\text{sys}} = \int_{200 \text{ K}}^{280 \text{ K}} \frac{m_{\text{Cu}} C_{\text{Cu}}}{T} dT + \int_{400 \text{ K}}^{280 \text{ K}} \frac{m_{\text{Pb}} C_{\text{Pb}}}{T} dT = 50 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 386 \text{ J/kgK} \cdot \ln\left(\frac{279,8 \text{ K}}{200 \text{ K}}\right) + 100 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot 128 \text{ J/kgK} \cdot \ln\left(\frac{279,8 \text{ K}}{400 \text{ K}}\right)$$

$$= 1,9055 \approx 1,91 \text{ (J/K)}$$

2: Expandera 1,00 mol av en enatomig idealgas vid 3,00 kPa & 600 K från initial  $V_i = 1,00 \text{ m}^3$  till  $V_f = 2,00 \text{ m}^3$ . Vid någon tidpunkt under expansionen, är trycket & volymen relaterad enligt  $p = 5,00 \text{ kPa} \cdot \exp\left[\frac{V_i - V}{a}\right]$  där  $a = 1,00 \text{ m}^3$ .

(a) Vad är slutligt tryck?, (b) temp?, (c) Hur mycket arbete utförs?  
 (d) Vad är  $\Delta S$  för expansionen?

$$(a) p = 5,00 \exp\left[\frac{1,00 \text{ m}^3 - 2,00 \text{ m}^3}{1,00 \text{ m}^3}\right] = 1,8393 \approx 1,84 \text{ kPa}$$

$$(b) pV = nRT \Rightarrow T = \frac{pV}{nR} = \frac{1839,3 \text{ Pa} \cdot 2,00 \text{ m}^3}{1,00 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ J/molK}} = 442,7 \text{ K}$$

$$(c) w = \int_{V_i}^{V_f} p dV = \int_{V_i}^{V_f} 5,00 \exp\left(\frac{V_i - V}{a}\right) dV = 5,00 e^{V_i/a} \int_{V_i}^{V_f} e^{-V/a} dV = -\frac{5,00}{a} e^{V_i/a} \left[ e^{-V/a} \right]_{V_i}^{V_f} = -\frac{5,00}{a} e^{V_i/a} (e^{-V_f/a} - e^{-V_i/a}) = 3,16 \text{ J}$$

$$(d) \Delta S = nR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) + nC_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) = 1,00 \text{ mol} \cdot 8,31 \text{ J/molK} \cdot \ln 2 + 1,00 \text{ mol} \cdot \frac{3}{2} \cdot 8,31 \text{ J/molK} \cdot \ln\left(\frac{442,7 \text{ K}}{600 \text{ K}}\right) = 1,97 \text{ J/K}$$

