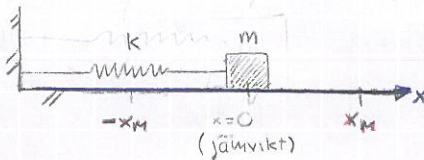


Fö 2: Oscillationer, simple harmonic motion

Tentorna baseras på lektionsuppgifter, föreläsningsexempel & hemuppgifter
Förbered labbarna.

Oscillationer: Enkel harmonisk svängning beskrivs matematiskt av envariabel funktion: $x(t)$

Typexemplet:
(harmonisk
oscillation)



Läge/hastighet/acceleration/kraft = Derivator av läget $x(t)$

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

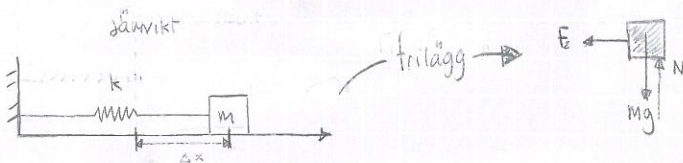
$$v(t) = D(x(t)) = -\omega x_m \cdot \sin(\omega t + \phi) = -v_m \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

$$a(t) = D^2(x(t)) = -\omega^2 x_m \cdot \cos(\omega t + \phi) = -a_m \cdot \cos(\omega t + \phi)$$

$$\text{Euler I} \Rightarrow F(t) = m \cdot a(t) \Rightarrow F_{\text{max}} = m \cdot a_m = m \cdot \omega^2 x_m$$

[Lägesamplitud := x_m , Hastighetsamplitud := $v_m = \omega x_m$, Accelerationsamplitud := $a_m = \omega^2 x_m$]

Krafter i SHM



Hockes lag beskriver linjär fjäderkraft

$$F_E = -k \cdot \Delta x \quad (1)$$

$$\text{Newtons kraftlag} \Rightarrow \sum F = m \cdot a \Rightarrow \{SHM\} \Rightarrow -kx = -\omega^2 x_m \Leftrightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\text{Ekvationen} \quad \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + kx = 0 \Rightarrow x(t) = x_m \cdot \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} \cdot t + \phi\right)$$

Beskrivs av cos-funktioner lättast.

$$x = x_m \cdot \cos \beta,$$

$$x(t) = x_m \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi)$$

\uparrow amplitud
 \downarrow vinkeltr-
 ekvens (rad/s)
 \downarrow fas = β, α
 \downarrow tidskonstant (rad)

$$\omega = 2\pi \cdot f, \quad f = \text{frekvens [Hz]}$$

$$T = \frac{1}{f}, \quad T = \text{periodtid [s]}$$

Ex 1 $x(t) = 0.050 \cos\left(\frac{\omega}{3}t + \phi\right)$. Vid $t=0$ befinner sig svängande massan vid $x = x_m$
Bestäm

a.) Amplitud $\Rightarrow 0.050$

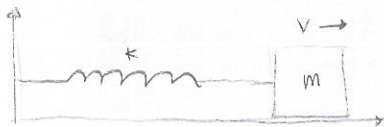
(b.) Frekvens $\Rightarrow \omega = 2\pi f = \omega/3 \Rightarrow f = \frac{\omega/3}{2\pi} = \frac{1}{6} = 0.17 \text{ Hz}$

(c.) Fäskonstant $\Rightarrow t=0 \Rightarrow x = x_m \Rightarrow x(0) = x_m \cdot \cos \phi \Rightarrow \phi = 0 + 2\pi n$

(d.) Fjäderkonstant $\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow k = m\omega^2 = 1.0 \left(\frac{\omega}{3}\right)^2 = 1.1 \text{ N/m}$

(e.) Maximala hastigheten : $v(t) = v_m \sin(\omega t + \phi) \Rightarrow v_m = \omega x_m = 0.052 \text{ m/s}$

Energi vid SHM



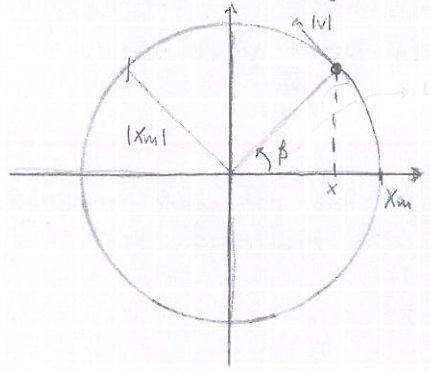
Total energi $E = K + U$, K är kinetisk & U är potentiell energi

$$K = \frac{mv^2}{2} \quad (\text{viktens paverkan})$$

$$U = -W = - \int_0^x \underset{W=F \cdot x}{F} dx = \int_0^x \underset{F=kx}{k} dx = \left[\frac{1}{2} kx^2 \right]_0^x = \frac{1}{2} kx^2 \quad (\text{fjädern})$$

OBS! Om inga energiförluster sker är $E = \text{konstant}$

Harmonisk svängning & cirkelrörelse



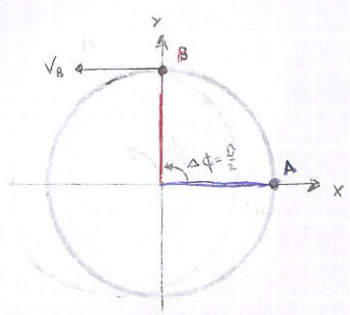
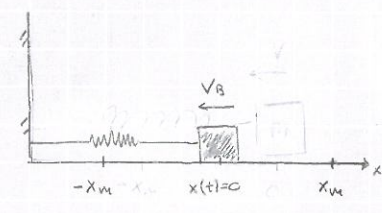
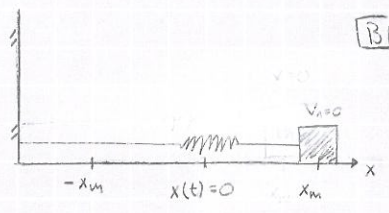
En cirkelrörelse kan beskrivas med en enkel harmonisk svängning. x_m är "maximalt" läge, x beror av β som beror av t enligt:

$$\beta(t) = \omega t + \phi$$

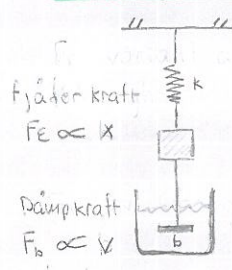
Projektion av partikels läge på x -axeln kommer att ge

$$\left[\cos \beta = \frac{x}{x_m} \Leftrightarrow x(t) = x_m \cdot \cos(\omega t + \phi) \right]$$

Ex: **A**
Två system **A**
& **B** har en
fas skillnad $\Delta\phi$
enligt:



Dämpad svängning: kan beskrivas matematiskt som en kraft som är motriktad & proportionell mot viktens hastighet

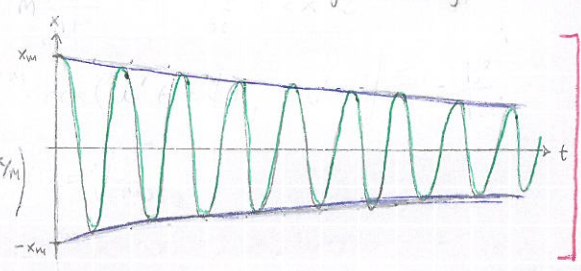


Systemets kraftresultant $F_R = -k \cdot x(t) - b \cdot v(t)$ (= $m \cdot a(t)$ enligt kraftlag)

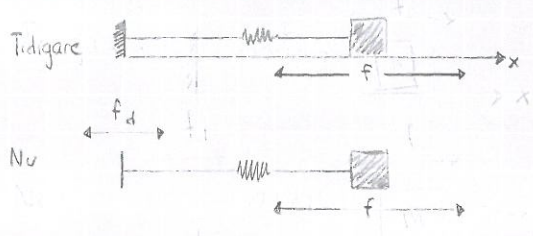
Underdämpat system:

$$x(t) = x_m e^{-\frac{t \cdot b}{2m}} \cdot \cos(\omega' t + \phi) \quad \text{där}$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} \quad \left(\begin{array}{l} \text{i denna kurs är } b^2_{crit} \ll k/m \\ \text{så } \omega' \approx \omega \end{array} \right)$$



Påtvungen svängning & resonans

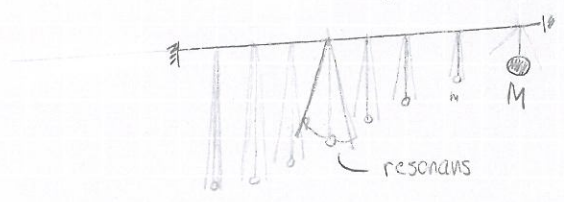


fri svängning har sambandet mellan vinkelfrekvens & frekvens

$$f = \frac{1}{2\pi} \cdot \omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Vid påtvungen svängning är amplituden x_m starkt beroende av påtvungen frekvens. Maximal frekvens fås då $f_d \approx f$ vilket ger resonans.

Exempel En tung pendel påverkar 7 andra pendlar pga att de är fästa i samma Medium. På grund av varierande pendellängd har de sju pendlarna olika naturliga frekvenser. Nummer 4 har en naturlig frekvens som motsvarar den tunga pendelns & den får högst amplitud



Ex Mexico City ; $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, $F = k \cdot \Delta x$

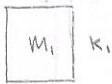
Huset utsättes för en kraft F som beror av konstanten k & Δx . Ett litet k ger ett stort Δx medan stort k ger litet Δx . Husets naturliga frekvens ges av $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

$$\begin{cases} k_1 > k_0 \\ m_1 < m_0 \end{cases} \Rightarrow \omega_1 > \omega_0$$

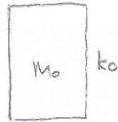
$$\begin{cases} k_2 < k_0 \\ m_2 > m_0 \end{cases} \Rightarrow \omega_2 < \omega_0$$

Medelhöga hus rasade sönder pga den påtvingade frekvensen lag nära resonansfrekvensen för medelhöga hus.

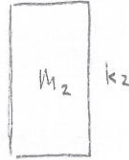
små hus



Medelhöga hus



Höga hus



Energisambandet mellan T & V_E

I enkel harmonisk svängning antas inga energiförluster göras, dvs $U = \Delta T + \Delta V_E = \text{konstant}$

där $T = \frac{mv^2}{2}$ & $V_E = \frac{kx^2}{2}$

Fö 3: Vågtyrk-alkmänna egenstaper

Matematisk beskriwning av transversell väg

Elongationen y från jämviktsläget när vägen utbreder sig längs x -axeln beskrivs:

$$y(x,t) = y_m \cdot \sin(k \cdot x \pm \omega t + \phi)$$

y = elongation & ϕ = fasförskjutning
 k = vägtalet = $2\pi/\lambda$
 x = läge på x -axeln

Utbredningsriktning avgörs av tecken vid ω , där $- \Rightarrow$ Positiv riktning & $+ \Rightarrow$ negativ riktning

$\phi = 0$
Svängning i en viss punkt $x = 0 \Rightarrow y = -y_m \cdot \sin(\omega t)$
Svängning i en viss tidpunkt $t = 0 \Rightarrow y = y_m \cdot \sin(kx)$

Indelning av vägar

- I Elektromagnetiska vägar kan utbreda sig i vakuum (synligt ljus, IR, UV, röntgen)
- Mekaniska vägar - En störning som sprider sig via ett medium (ljud, väg på spänd sträng osv)
- II Transversella vägar (svänger vinkelrätt mot utbredningsriktning) (Ex EM-vägar & väg på spänd sträng)
- Longitudinella vägar (svänger parallellt med utbredningsriktning) (Ex ljudvägar i luft & vätskor)

Utbredningshastigheten: Betrakta en transversell väg där fasen $\beta = kx - \omega t + \phi = \text{konstant}$

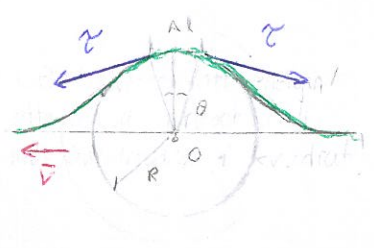
$$\frac{d(kx - \omega t + \phi)}{dt} = 0 \Rightarrow k \cdot \frac{dx}{dt} - \omega \frac{dt}{dt} = 0 \Leftrightarrow k \cdot v = \omega \Leftrightarrow v = \frac{\omega}{k}$$

OBS Olika tecken på vägtalet k & vinkelhastighet ω gör positivt riktad hastighet i x .

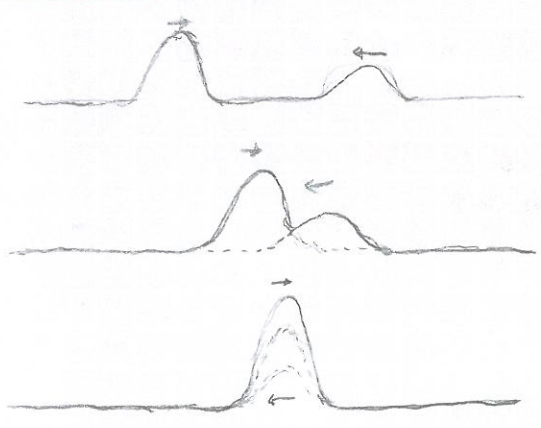
Väg på en spänd sträng

Strängen karakteriseras av dess vikt per längdenhet, $\mu = \frac{m}{\lambda}$

Vägbredningshastighet: $v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}$ (τ = dragkraften)



Superpositionsprincipen



"Om två eller fler vägar samverkar blir den resulterande vägen summan av delvägornas inverkan"

Energitransport: Väg på spänd sträng

Vägens medeltteffekt: $P_{avg} = \mu v \cdot \left(\frac{\omega y_m}{\sqrt{2}}\right)^2$

Att effekten/energin är proportionell mot y_m^2 är generellt för alla vägar

Interferens (sämverkan enligt superpositionsprincipen; $y_r = y_1 + y_2$)

Vågor med samma riktning & frekvens: $\beta = kx - \omega t$

I Konstruktiv interferens:
$$\begin{cases} y_1 = y_{m1} \cdot \sin \beta \\ y_2 = y_{m2} \cdot \sin(\beta + 2\pi n) \end{cases} \Rightarrow y_r = (y_{m1} + y_{m2}) \cdot \sin \beta \quad (\text{samme fas})$$

II Destruktiv interferens:
$$\begin{cases} y_1 = y_{m1} \cdot \sin \beta \\ y_2 = y_{m2} \cdot \sin(\beta + \pi + 2\pi n) \end{cases} \Rightarrow y_r = (y_{m1} - y_{m2}) \sin \beta \quad (\text{motfas})$$

III Intermediär interferens: Samma amplitud men olika fas

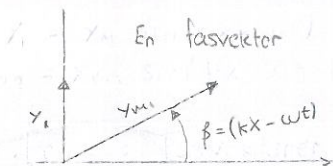
$$\begin{cases} y_1 = y_m \cos \beta \\ y_2 = y_m \cos(\beta + \phi) \end{cases}$$
 Använd trigonometrisk omskrivning:
$$\sin \beta + \sin \beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\Rightarrow y_r = y_1 + y_2 = y_m \cdot 2 \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \cdot \sin\left(\beta + \frac{\phi}{2}\right) = y_{mr} \sin(\beta + \phi_r)$$

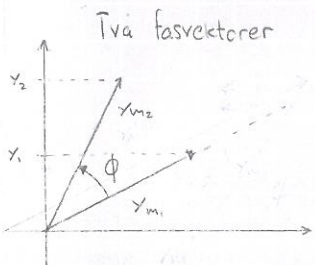
IV Generellt: Olika fas & amplitud

$$\begin{cases} y_1 = y_{m1} \sin \beta \\ y_2 = y_{m2} \sin(\beta + \phi) \end{cases} \Rightarrow y_r = y_1 + y_2 = y_{mr} \cdot \sin(\beta + \phi_r) \quad \text{där } y_{mr} \text{ \& } \phi_r \text{ löses med fasvektor}$$

En fasvektor har en längd \propto vågens amplitud & en vinkel mellan vektorn & x-axeln som motsvarar vågens fas. Fasvektorns projektion på y-axeln beskriver vågens elongation $y(x, t)$.



$$y_r = y_1 + y_2 \Rightarrow \text{okända } y_{mr} \text{ \& } \phi_r$$

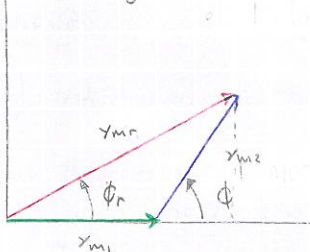


• cosinussatsen ger y_{mr} :

$$y_{mr} = \sqrt{y_{m1}^2 + y_{m2}^2 - 2 y_{m1} y_{m2} \cdot \cos(\alpha - \phi)}$$

• i koordinatsystem där $y_{m1} \parallel x$ -axeln ger $\Delta \phi_r$:

Projicering & addition



$$\tan \phi_r = \frac{y_{m2} \cdot \sin \phi}{y_{m1} + y_{m2} \cdot \cos \phi}$$

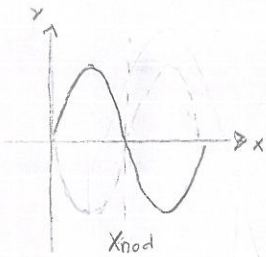
Vågor med samma frekvens men olika utbredningshastighet

Om två vågor har samma amplitud & våglängd men olika utbredningsriktningar blir resultatet en stående våg

$$\begin{cases} \beta = kx - \omega t \Rightarrow y_1 = y_m \cos \beta & \& \quad y_r = y_1 + y_2 \\ \alpha = kx + \omega t \Rightarrow y_2 = y_m \sin \alpha \end{cases}$$

$$y_r = 2y_m \cdot \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) = \underbrace{2y_m \cdot \sin(kx)}_{\text{lågesberoende amplitud}} \cdot \overbrace{\cos(\omega t)}^{\text{fåsvariation}}$$

Jämför med exempel som gav $y_r = 2y_m \cdot \cos\frac{\phi}{2} \cdot \sin(kx - \omega t)$, här "fåras" inte vågen i x-led
 = Stående våg. Stor skillnad är att amplituden beror av läget x. $\exists x: y_r(t) = 0$



Villkor för noder: $\sin(kx) = 0 \Rightarrow x = n\lambda = n\frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{Z}$

Villkor för bukor: $\sin(kx) = 1 \Rightarrow x = n\frac{\lambda}{2} = n\left(1 + \frac{n}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, n \in \mathbb{Z}$

Stående våg på sträng & resonansfrekvens

På grund av reflektionstjänaren vid "tätare" material fås att noder finns vid fästet. Om en stående våg uppstår på en sträng fås

$$y(x, t) = |2y_m \cdot \sin(kx)| \cos(\omega t)$$

Där $\sin(kx) = 0 \Leftrightarrow x = \begin{cases} 0 \\ l \end{cases}$ (Givalt)

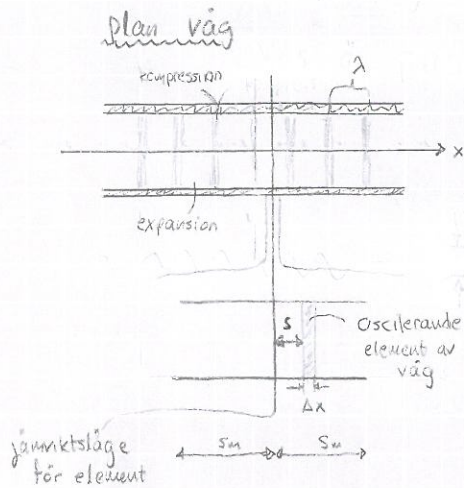
$\circ \circ \quad kl = n\lambda \Leftrightarrow \left\{ k = \frac{2\pi}{\lambda} \right\} \Leftrightarrow \frac{2\pi}{\lambda} l = n\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{n}, n \in \mathbb{Z}$

med $v = \lambda \cdot f$ fås $f = \frac{v}{\lambda} = \frac{nv}{2l}, n \in \mathbb{Z}$

Fö 4: ljudvågor

Beskrivning som våg: ljudvågor är longitudinella vågor i gas, vätska & fast materia.

- En ideal plan våg som utbreder sig i x-riktningen har samma tillstånd (läge, tryck & hastighet) i hela planet vinkelrätt mot utbreddningsriktningen. Amplituden är konstant.
- En stjärisk våg kallas en våg från en punktkälla som sprider ut sig stjäriskt & symmetriskt



Partikelläget ges av $s(x,t) = s_m \cdot \cos(kx - \omega t)$

Ljudtrycksvariationen (avvikelse från normaltryck) beskrivs:

$$\Delta p(x,t) = \Delta p_m \cdot \sin(kx - \omega t), \quad p = p_0 + \Delta p$$

ÖBS: $\Delta p \ll p$, Δp_m är maximal avvikelse från normaltryck!

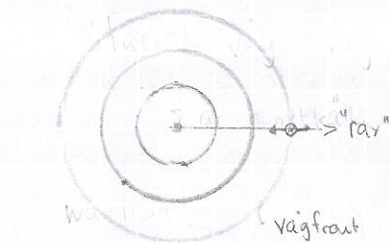
Förhållande mellan Δp_m & $s \Rightarrow \Delta p_m = (\nu \rho \omega) \cdot s_m$

Både partikelläget & lufttrycksvariationen beskrivs matematiskt som transversella vågor

För en punktkälla kan partikelläget skrivas

$$s(r,t) = \frac{A}{r} \cdot \cos(kr - \omega t)$$

Om r är stort kan vågen approximeras med plana vågor



Utbredningshastighet: $v_{\text{ljudvåg}} = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$, $B = -\frac{\Delta p}{(\Delta V/V)}$ ("Bulkmodul"), $\rho = \text{densitet}$

Generellt gäller för mekaniska vågor att $v = \sqrt{\frac{\text{elastisk egenskap medium}}{\text{tröghetsegenskap medium}}}$

Bulkmodulen anger hur mycket ett element i medium förändras i volym givet den tryckförändring

Interferens mellan punktkällor På liknande sätt som för transversella vågor uppstår interferens för ljud

Villkoret är att skillnaden i väg ska uppfylla våglängdskrav. För två strålar λ_2 & λ_1 med samma f_{as} :

Konstruktiv: $\Delta L = n \cdot \lambda \Rightarrow \left\{ \frac{\Phi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda} \right\} \Rightarrow \Phi_{\text{konst}} = n \cdot 2\pi$

Destruktiv: $\Delta L = (n + \frac{1}{2}) \lambda \Rightarrow \Phi_{\text{destr}} = \pi + 2\pi n$

$n \in \mathbb{Z}$

Destruktiv

Intensitet

$$I = \text{effekt/areagenhet} = \frac{P_{\text{svävar}}}{A}, \quad \text{Mantelarean för en stav är } A = 4\pi r^2$$

För en plan våg är intensiteten konstant, t.ex. amplituden är konstant t.ex. amplituden är konstant.
I verkligheten är intensiteten svårberäknad pga. ekan & energiförluster men bärtses man från detta är formeln bra för isotopiska ljudkällor. Då avtar I med $1/r^2$

OBS! Intensiteten är proportionell mot amplituden i kvadrat: $\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2$

Ljudintensitetsnivå β

$$\beta \stackrel{\text{def}}{=} 10 \cdot \log \frac{I}{I_0} \quad [\text{dB}], \quad I_0 = 1 \cdot 10^{-12} \text{ W/m}^2 \quad (\text{hörseltröskeln})$$

β översätter 12 tiopotensen i intensitet till 0-120 dB

$$I_0 \Rightarrow \beta_0 = 0 \quad \& \quad I = 1 \text{ W/m}^2 \Rightarrow \beta = 120 \text{ dB}$$

Källor till ljud från instrument

Spänd sträng



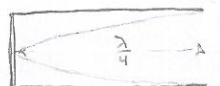
Villkor = nod i ändrar

Villkor på våglängd: $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$

Resonansfrekvenser: $f = n \cdot \frac{v}{2L}, \quad n \in \mathbb{Z}$

$n=1 \Rightarrow$ "grundton", $n=2 \Rightarrow$ "första överton"

Halvöppen pipa



nod Villkor Ant

Villkor på våglängd: $L = n \cdot \frac{\lambda}{4}, \quad n \in \mathbb{Z}$

Resonansfrekvenser: $f = n \cdot \frac{v}{4L}, \quad n \in 1, 3, 5, \dots$

$n=1 \Rightarrow$ "grundton"

Helöppen pipa



Ant Villkor Ant

Villkor på våglängd: $L = n \cdot \frac{\lambda}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$

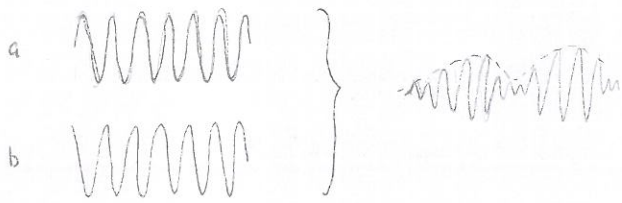
Resonansfrekvenser: $f = n \cdot \frac{v}{2L}, \quad n \in \mathbb{Z}$

$n=1 \Rightarrow$ "grundton"

Intensitet i ljudvåg

Genom att titta på dK , $K =$ "kinetisk energi" när man formeln

$$I = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 s_m^2$$



Svängningar (Beats)

Med två vågor som har närliggande frekvenser kan en variation i frekvens uppkomma. Denna variation kallas svängningar.

$$f_{\text{svängning}} = |f_a - f_b|$$

Dopplereffekten: Uppstår pga ljudkällans/motagares relativa rörelser.

Med f = utsänd frekvens, f_d = detekterad frekvens, v = vågens utbredningshastighet
 v_s = Sändarens hastighet relativt mediet, v_o = Detektorns hastighet

$$f_d = f \cdot \frac{v \pm v_o}{v \mp v_s}$$

Fö 5: Elektromagnetiska vågor

Elektromagnetiskt spektrum

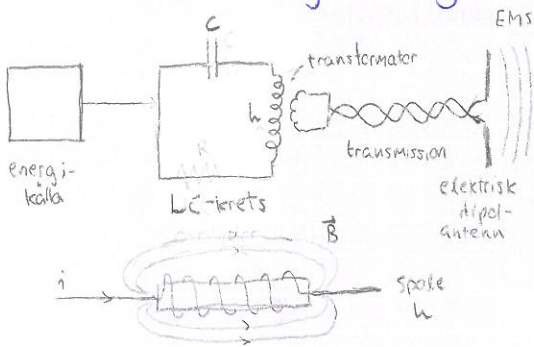
En EM-våg är en transversell våg som ej är beroende av medium. EM-vågor har stort frekvensområde:

Radiovågor: $f_{radio} \in [3 \text{ kHz}, 300 \text{ GHz}]$, $\lambda_{radio} \in [1 \text{ mm}, 100 \text{ km}]$

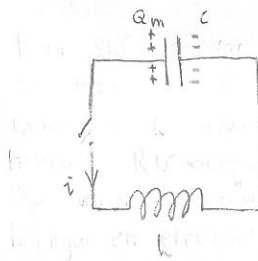
Synligt ljus: $f_{synligt} \in [400 \text{ THz}, 790 \text{ THz}]$, $\lambda_{synligt} \in [390 \text{ nm}, 770 \text{ nm}]$

Mikrovågor: $f_{mikro} \in [300 \text{ MHz}, 500 \text{ MHz}]$, $\lambda_{mikro} \in [1 \text{ mm}, 30 \text{ cm}]$

Kvalitativ beskrivning av våg

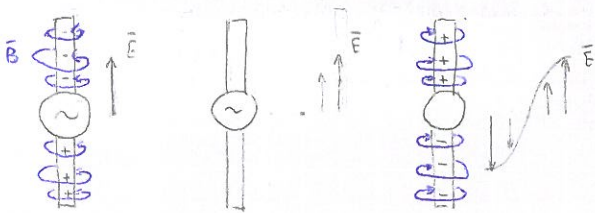


Ett sätt att skapa EMS (gäller för $\lambda \gtrsim 1 \text{ m}$) är att koppla en LC-krets till en antenn



I en sluten LC-krets kommer laddningar gå från +sidan av C till -sidan. L kommer att motverka förändringarna av i. Först motverka i & i slutet påtrycka i. Laddningarna kommer oscillera mellan +/- sida av C.

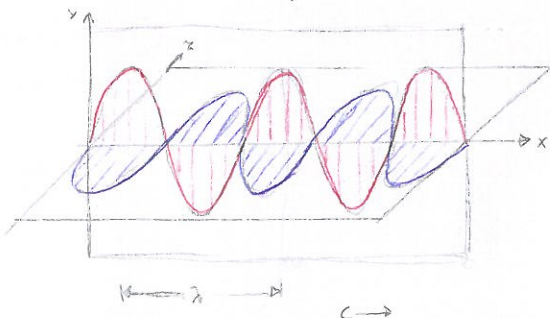
Så länge förändringarna sker långsamt kommer processerna vara förtgående även om detta sker snabbt kommer energi att avgå i form av EMS. Mekanismen som skapar detta är en accelererande laddning. Detta sker i en antenn.



När laddningarna rör sig fram & tillbaka i antennen kommer det varierande elektriska fältet att röra sig från antennen med ljusets hastighet. Strömförändringen skapar ett magnetfält. På stora avstånd från antennen kommer dess elektriska & magnetiska fält vara svaga. Det som upprätthåller vågen då är Maxwells hypotes: Att ett föränderligt elektriskt fält skapar ett magnetiskt fält & att ett föränderligt magnetiskt fält skapar ett elektriskt fält.

- Högerhandsregeln ger att $\vec{B} \perp \vec{E}$. $\vec{B} \times \vec{E}$ ger utbredningsriktning
- \vec{B} & \vec{E} varierar synkront. & är transversella vågor

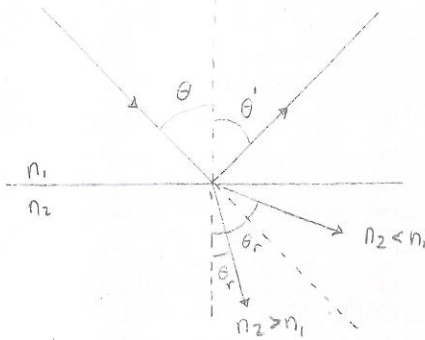
OBS När v. talar om EMS är plana vågor sådana som är långt från sin källa så att det är elektriska & magnetiska fältets bevingning som genererar vågen.



$$\vec{B} \Rightarrow B = B_m \cdot \sin(kx - \omega t)$$

$$\vec{E} \Rightarrow E = E_m \cdot \sin(kx - \omega t)$$

Reflektion & refraction



Om en EM-våg infaller mot en yta hos en transparent material kommer vågen delas upp i en reflekterad våg & en transmitterad våg

Brytningslagen : $n_1 \cdot \sin \theta = n_2 \cdot \sin \theta_r$

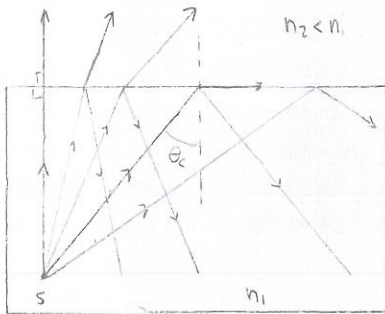
Reflektionslagen : $\theta = \theta'$

EM-vågors hastighet relateras till ϵ_0 som är en materialkonstant

vi har $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$, $c_{\text{medium}} = \frac{c_{\text{vakuum}}}{n_{\text{medium}}}$

Kromatisk dispersion innebär att ljus av olika våglängd bryts olika mycket. Detta beror på att refraktionsindex n ökar då λ avtar.

Totalreflektion



Totalreflektion uppstår då en EM-våg möter ett material med lägre brytningsindex & infallsvinkeln är större än den kritiska vinkeln θ_c . Det gäller att

$$n_1 \sin \theta_c = n_2 \sin 90^\circ = n_2$$

↔

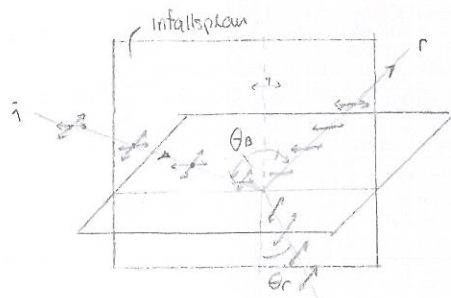
$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Polarisation via reflektion

Om opolariserat ljus infaller mot en yta kommer reflekterat ljus vara linjärpolariserat vinkelrätt mot infallspplanet

Brewstervinkeln är en infallsvinkel vid vilken ljus med en viss polarisering är perfekt transmittat utan reflektion

Om opolariserat ljus infaller mot en yta kommer reflekterat ljus vara linjärpolariserat



θ_B ges experimentellt av $\theta_B + \theta_r = 90^\circ$

Brytningslagen ger $\theta_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}$

Kvalitativ beskrivning (Ingår ej i kurs)

Faradays lag: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$

Maxwells lag: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$

Genom att kombinera dessa när två viktiga samband (utöver beskrivningen av E & B).

Amplitud-
förhållande: $\frac{E_m}{B_m} = c$

ljusets hastighet
i vakuum: $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Energitransport EM-våg

• Poynting-vektorn beskrivs $\vec{S} = \left(\frac{\text{Power}}{\text{Area}} \right)_{\text{inst}} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$ $|\vec{S}| = S_{\text{inst}} = \frac{1}{\mu_0} EB = \frac{E^2}{c \cdot \mu_0}$

• Intensitet definieras för EM-vågor som $I = S_{\text{avg}} = \frac{1}{2c\mu_0} E_m^2 = \frac{1}{c\mu_0} E_{\text{rms}}^2$

• $E_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{1}{2} (E_m \sin(kx - \omega t))^2} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}$

Sammantaget fås
$$\begin{cases} I = \frac{1}{2c\mu_0} E_m^2 \\ I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \text{ (gäller } \forall \text{ vågor)} \end{cases}$$

Polarisation

Opolariserat ljus har slumpmässig polarisationsriktning \Rightarrow



linjärpolariserat ljus varierar hela tiden i samma plan

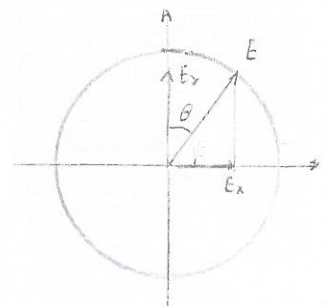


Genom att polarisera ljus kan man påverka dess intensitet

• För opolariserat ljus gäller "halvregeln" $\Rightarrow I_{\text{polariserat}} = \frac{1}{2} I_{\text{infallande}}$

För polariserat ljus gäller $I_{\text{polariserat}} = I_{\text{infallande}} \cdot \cos^2 \theta$. Detta här stämmer från

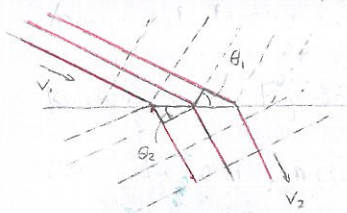
$$E_y = E \cos \theta$$
$$I = \frac{E_{\text{rms}}^2}{c\mu_0}$$



Föreläsning 6: interferens

Huygens princip: Huygens vägbeskrivning av ljus beskriver var vi hittar vågfronten på en väg om vi känner dess nuvarande position:

"Alla punkter på en vågfront tjänar som punktkällor & sfäriska sekundära vågkällor. Efter tidpunkt t kommer den nya positionen för vågfronten vara tangenten till dessa sekundära vågfronter"



likformigheten i trianglar med vinklarna θ_1 & θ_2 ger

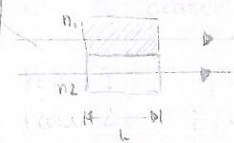
$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2} \implies n = \frac{c}{v} \quad \begin{array}{l} c \text{ är ljushastighet i vakuum} \\ v \text{ är ljushastighet i medium} \end{array}$$

ljushastigheten beror alltså av mediet. Detta ger att även våglängden är materialberoende. Detta beroende kommer av $v = \lambda \cdot f$ som gäller för alla vågor.

med $c = \lambda f$ & $v_n = \lambda_n f$ fås $\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$ samt det faktum att f är oberoende av medium

Resultatet är att samma väg som färdas i olika material kan få en fasskillnad

Samma h



Fasskillnaden kan beskrivas som skillnad i antal våglängder som rms på sträckan h

$$N_1 = \frac{h}{\lambda_{n_1}} \quad N_2 = \frac{h}{\lambda_{n_2}} \implies N_2 - N_1 = \frac{h}{\lambda} (n_2 - n_1)$$

Om $N_2 - N_1$ är $\begin{cases} n \cdot \lambda \implies \text{konstruktiv interferens} \\ (1 + \frac{1}{2}) \lambda \implies \text{destruktiv interferens} \end{cases} \quad n \in \mathbb{Z}$

Om två vågor i fas färdas olika mycket utöver de samverkar beror fasskillnaden på skillnaderna i gångsträcka relaterat till våglängden

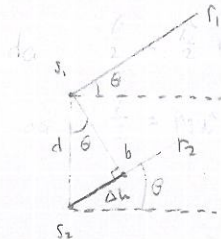
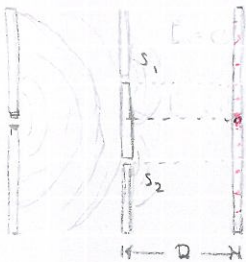
$$\text{Om } \Delta h = \begin{cases} n \lambda \implies \text{konstruktiv} \\ \lambda (1 + \frac{1}{2}) \implies \text{destruktiv} \end{cases}$$

Diffraction

Diffraction beskriver hur en våg breder ut sig om den möter en liten öppning. Ju mindre öppning desto större spridning

Youngs experiment (Interferens)

Youngs interferensexperiment undersöker interferens i dubbelspalt.



Utgående från att $D \gg d$ görs approximationen att $r_1 \parallel r_2$ så att vi får en \triangle $S_1 S_2 b$:

$$\sin \theta = \frac{\Delta h}{d} \implies \Delta h = d \sin \theta$$

Vi minns att: $\begin{cases} \text{konstruktiv} \implies \Delta h = n \lambda \\ \text{destruktiv} \implies \Delta h = (1 + \frac{1}{2}) \lambda \end{cases}$

$n=0 \implies \text{centralmax}$, $n=1,2,3 \implies n\text{-te ordningens sidemax}$

Intensitet i Youngs experiment

Vi vill härleda ett uttryck $I(\theta)$. Vi utgår från att strålarna vid P inte är i fas & varierar enligt

$$\begin{cases} E_1 = E_0 \sin(\omega t) \\ E_2 = E_0 \sin(\omega t + \phi) \end{cases}$$

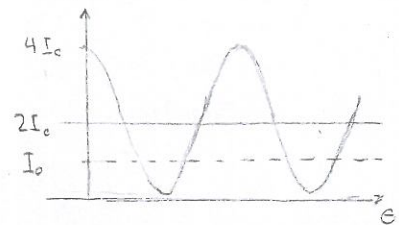
När E_1 & E_2 interfererar vid P fås $I = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$; $\phi = \frac{2\tilde{n}d}{\lambda} \cdot \sin\theta$
 där I_0 är den konstanta intensiteten för motsvarande enkelspalt.

Vi ser att I_{\max} sker då $\cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) = 1 \Leftrightarrow \frac{\phi}{2} = n\pi$

Detta ger att $2n\pi = \frac{2\tilde{n}d}{\lambda} \cdot \sin\theta \Rightarrow d \sin\theta = n\lambda$, $n=0,1,2,\dots$

Vi ser att I_{\min} sker då $\cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{\phi}{2} = \left(1 + \frac{n}{2}\right)\pi$

Detta ger $d \sin\theta = \left(1 + \frac{n}{2}\right)\lambda$



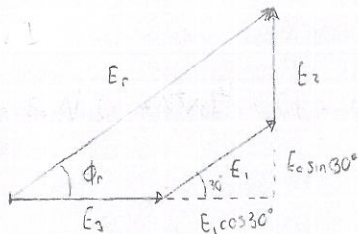
CBS! $2I_0$ är jämnetsläge

Ex Givet $\begin{cases} E_1 = E_0 \sin(\omega t) \\ E_2 = E_0 \sin(\omega t + 60^\circ) \\ E_3 = E_0 \sin(\omega t - 30^\circ) \end{cases}$

Sökt E_r vid samverkan

(b) Lösning: Fasvektorerna

Alternativ 1



$$\Rightarrow E_r = E_0 \sqrt{(1 + \sqrt{3}/2)^2 + (1 + 1/2)^2} = 2.4 E_0$$

Interferens i tunna skikt

Vid reflektion skiftas fasen $\frac{\lambda}{2}$ om vågen möter ett optiskt tätare material

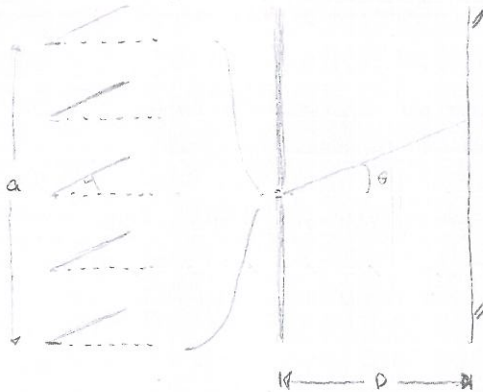
konstruktiv interferens: $\Delta h + \Delta\phi = m \cdot \frac{\lambda}{n}$

destruktiv interferens: $\Delta h + \Delta\phi = \left(1 + \frac{m}{2}\right) \frac{\lambda}{n}$

Fö 7: Diffraction

Enkelspalt: Miniman (& maxima)

Huygens princip används för att analysera enkelspalt. Man "parar" ihop två strålar & beräknar skillnaden i gångsträcka.



Med $D \gg a$ fås att strålarna antas vara parallella.

Genom att se på två strålar inses att första sidmin. finns där

$$\frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

[Alla sidmin uttrycks $a \sin \theta = m \lambda$, $m = 1, 2, 3$]

OBS! Maximan approximativt halvvägs mellan minima

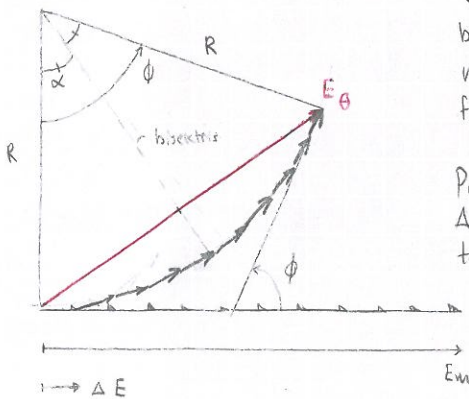
Enkelspalt: Intensitet

Metod: dela in spalten a i N delar med bredd Δx & anta att alla följer Huygens princip. Om alla är parallella ($D \gg a$) kan vi söka ett uttryck för E_θ (den elektriska komponentens amplitud vid skärmen & punkt P). Sambandet mellan fasskillnaden & skillnaden i gångsträcka blir

$$(\text{fasskillnad}) = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot (\text{skillnad i gångsträcka}) \Leftrightarrow \Delta \phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta x \sin \theta$$

Vi antar att alla N sv vågor som anländer vid P har amplituden ΔE . Då kan vi använda fasvektormetoden för att beräkna diffractionens resulterande amplitud E_θ .

Vi tänker oss en godtycklig punkt P en liten vinkel θ från centralmax. Vi adderar fasvektorerna från diffractionen & jämför med centralmax $\theta = 0$.



Om vi låter $N \rightarrow \infty$ kommer fasvektoradditionen att gå mot en cirkelsektorbåge. Om vi ritat ett sträck parallellt med den sista fasvektorn ner mot centralmax:s vektordiagram kommer vinkeln mellan dessa vara fasskillnaden ϕ mellan "första" punktkällan & "sista punktkällan".

På grund av approximationen vid en cirkel kommer normalen till första ΔE & sista ΔE innesluta en liksidig triangel. Geometrin ger att toppvinkeln blir ϕ . Bisektorn skapar en rätvinklig triangel sådant att:

$$\sin\left(\frac{1}{2}\phi\right) = \frac{E_\theta}{2R}, \quad \phi = \frac{E_m}{R} \quad (\text{cirkelbåge})$$

$$\text{Detta ger } E_\theta = \frac{E_m}{\phi/2} \sin \phi/2, \quad \text{men } \frac{I(\theta)}{I_m} = \frac{E_\theta^2}{E_m^2}$$

$$\Leftrightarrow \left[I(\theta) = I_m \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2, \quad \alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{\lambda a}{\lambda} \sin \theta \right]$$

Diffraction i cirkulär öppning

Härledning komplex (ingår ej i kurs). Centralmax är mycket intensivt. Uttryck för vinkel till första sidomax ges av

$$\left[\sin \theta = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{d}, \text{ d är diameter av öppning.} \right]$$

Det faktum att linsbilder är diffractionsfält är viktigt vid analys av upplösningstermigan av två avlägsna punkter vars vinkelseparation är liten. Villkoret för upplösningstermigan ges av

$$\theta_R = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{d}, \text{ bortsett från sin}^{-1} \text{ pga att vinkeln är väldigt liten}$$

[Dvs för radianer gäller θ liten $\Rightarrow \theta^2 \sin \theta \approx \tan \theta$ (i denna kurs $< 10^\circ$)]

Diffraction i dubbelspalt

I Youngs experiment antas $a \ll \lambda$. För sådana dubbelspalter uppträder centralmax hela skärmen; alltså kommer bara interferensfenomenen uppmärksammas, oftast är villkoret $a \ll \lambda$ inte mätt i praktiken

Diffractionen i "verkliga" dubbelspalter kommer att ge interferensfunktionen en faktor som fungerar som ett envelopp som "tar upp" interferensmaximum

$$I(\theta) = I_m (\cos^2 \beta) \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\beta = \frac{d}{\lambda} \sin \theta, \text{ d är avstånd mellan spaltarnas centrumlinje}$$

$$\alpha = \frac{a}{\lambda} \sin \theta, \text{ a är spaltbredden}$$

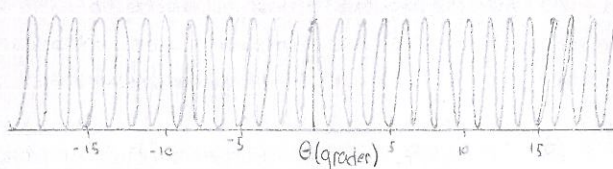
$\cos^2 \beta$ är en interferensfaktor som beror på spaltavstånd

$\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ är en diffractionsfaktor som beror på spaltbredd

Om $d \rightarrow 0$ får diffractionsfältet från en enkelspalt

Om $a \rightarrow 0$ fås interferensmönstret för två försvunna små enkelspalter

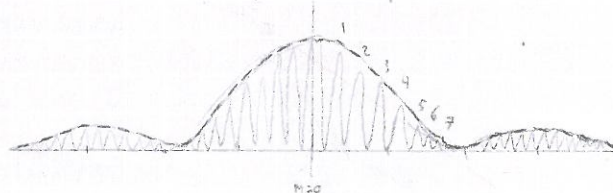
Om $a \ll \lambda$



Diffraction enkelspalt



Intensitet i dubbelspalt



Vi berättar hur många interferensmaximum som får plats i första diffractionsmax genom att utnyttja

$$d \sin \theta = m_1 \lambda$$

$$d \sin \theta = m_2 \lambda$$

$$\text{om } m_1 = 1 \Rightarrow m_2 = \frac{d}{a}$$

Diffraction i gitter

Fungerar som en dubbelspalt med ett större antal N spalter. När monokromatiskt ljus åker genom spalterna formas smala interferensmönster som kan analyseras för att avgöra våglängden.

Om man ökar antalet spalter från 2 st ändras intensitetsfunktionen först till en mer komplicerad & sedan till väldigt smala maximan & breda mörka spår.

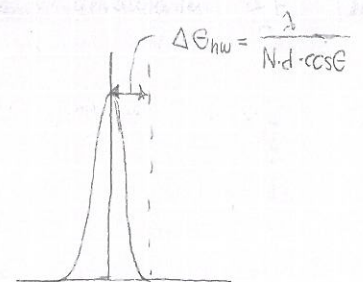
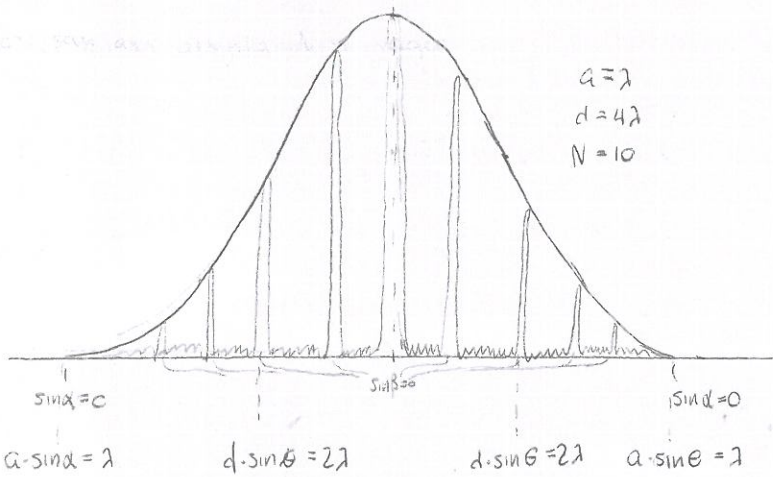
EKVATION: Om N st spalter okuperar hela bredden w fas att gitterkonstanten ges $d = \frac{w}{N}$

ljusmaximan ges $d \cdot \sin \theta = m \cdot \lambda$, $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Intensitetsfunktionen ges $I(\theta) = I_m \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2}_{\text{diffraktionsfaktor}} \cdot \underbrace{\left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta}\right)^2}_{\text{interferens}}$, I_m är intensiteten i centralmax för enkelspalt!

OBS! $\lim_{\beta \rightarrow n\pi} \left(\frac{\sin(N\beta)}{\sin \beta}\right)^2 = N^2$, $\beta = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta$, d är gitterkonstanten

$I(\theta)_{\max}$ då $\beta = n\pi \Rightarrow n\pi = \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \sin \theta \Leftrightarrow d \sin \theta = m \lambda$, $m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$



F08: Termodynamik

Termodynamik handlar om hur värme rör sig mellan objekt. Det handlar mycket om värme energi (eller termisk energi) E_{int} , Temperatur T & värme Q . De tre huvudsatserna är näret!

TERMONS NOLTE HUVUDSATS: "Varje kropp har en egenhet som kallas temperatur. Om två kroppar har samma temperatur så är de i termisk jämvikt". Temperaturen är konstant för hela systemet & ingen värme överförs mellan kroppar!

Temperaturer: Kelvin: $K = T_c + 273,15$

Celsius: $T_c = T_k - 273,15$

Fahrenheit: $T_f = T_c \cdot \frac{9}{5} + 32$

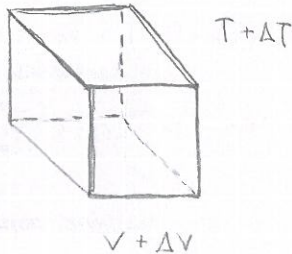
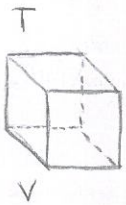
Absoluta nollpunkten beräknas för olika gaser genom att låta $p \rightarrow 0$.
Då går $T \rightarrow -273,15^\circ C$

Termisk expansion

T ökar ger att l ökar från l till $\Delta l + l$

$$\Delta l = l \cdot \alpha \cdot \Delta T, \quad \alpha = \text{"längdutvidgningskoefficient (materialberoende)"}]$$

Volymutvidgning



$$\Delta V = V \cdot \beta \cdot \Delta T, \quad \beta = 3\alpha]$$

OBS! Termisk expansion är en reversibel process!

Värme (Heat)

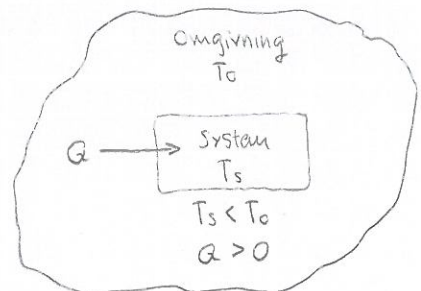
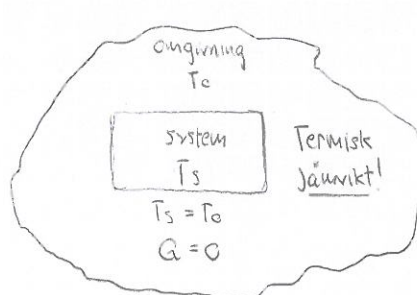
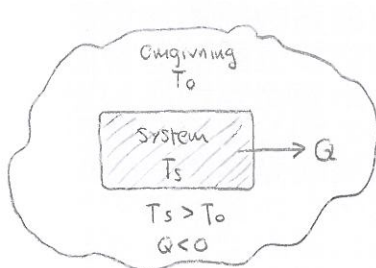
Om två kroppar kommer i termisk kontakt kommer värme (Q [J]) att gå från kroppen med högre temperatur till den med lägre temperatur till kropparna kommit i termisk jämvikt!
 Q är alltså den energioverföring som sker mellan kropparna på grund av en temperaturskillnad

Absorption av värme

$$Q = c \cdot \Delta T, \quad c = \text{"värmekapacitet" (J/K)}$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta T, \quad c = \text{"specific värmekropp" (J/kgK)}$$

$$Q = n \cdot C_m \cdot \Delta T, \quad n = \text{"antal mol"}, \quad C_m = \text{"molar specific värmekapacitet" (J/molK)}$$

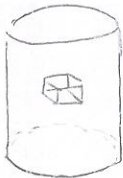


Ex Hur mycket förändras T om man tillför 10 kJ värme till
 (a.) 1.0 kg bly, (b.) 1.0 kg vatten

$$\Delta T = \frac{Q}{c \cdot m} \Rightarrow \text{(a.) } \Delta T = \frac{10 \cdot 10^3}{128 \cdot 1,0} = 78 \text{ K} \quad \text{b.) } \Delta T = \frac{10 \cdot 10^3}{4187 \cdot 1,0} = 2 \text{ K}$$

Ex $M_{\text{Cu}} = 75 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ värms till $T_{\text{Cu}} = 312^\circ \text{C}$
 $M_{\text{H}_2\text{O}} = 220 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$ ✓ $T_{\text{H}_2\text{O}} = 12^\circ \text{C}$
 c för behållare är $c_b = 45 \text{ cal/K}$

$$[1 \text{ cal} = 4.19 \text{ J}]$$



$$c_{\text{Cu}} = 0.0923 \text{ cal/Kg}$$

$$c_{\text{H}_2\text{O}} = 1.00 \text{ cal/Kg}$$

V: vet att $12 \leq T_{\text{final}} \leq 312^\circ \text{C}$

$$[\Sigma Q = 0 \text{ ty isolerat system}]$$

$$Q_{\text{Cu}} + Q_{\text{H}_2\text{O}} + Q_b = 0$$

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow M_{\text{Cu}} \cdot c_{\text{Cu}} (T_f - T_{i,\text{Cu}}) + c_b (T_f - T_{i,b}) + M_{\text{H}_2\text{O}} c_{\text{H}_2\text{O}} (T_f - T_{i,\text{H}_2\text{O}}) = 0$$

$$\Leftrightarrow T_f (M_{\text{Cu}} \cdot c_{\text{Cu}} + c_b + M_{\text{H}_2\text{O}} c_{\text{H}_2\text{O}}) = M_{\text{Cu}} c_{\text{Cu}} T_{i,\text{Cu}} + c_b T_{i,b} + M_{\text{H}_2\text{O}} c_{\text{H}_2\text{O}} T_{i,\text{H}_2\text{O}}$$

$$T_f = \dots = 19.6^\circ \text{C}$$

Fasövergång: För att ändra fas krävs energioverföring

$$[\text{Smältning: } Q = L_F \cdot m, L_F = \text{smältvärme}]$$

$$[\text{Förångning: } Q = L_V \cdot m, L_V = \text{ångbildningsvärme}]$$

OBES! Fasövergången sker vid konstant T

Inre energi

En föremåls inre energi E_{int} är summan av kinetisk & potentiell energi för de slumpmässiga rörelserna hos dess atomer.

OBES! Om värme, Q , tillförs ett material under konstant volym kommer den inre energin (& därmed temperaturen att öka) & $\Delta E_{\text{int}} = Q$

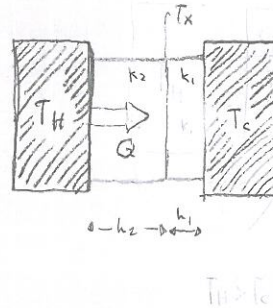
Värmetransport

1. Värmeledning

Värme överförs med hastighet

$$\left[P_{\text{cond}} = \frac{Q}{t} = k A \frac{T_H - T_C}{L} \right], P_{\text{cond}} = \text{"effekt (energi per tidsenhet)"} \quad (W = J/s)$$

k = "termisk konduktivitet" $(W/m \cdot K)$

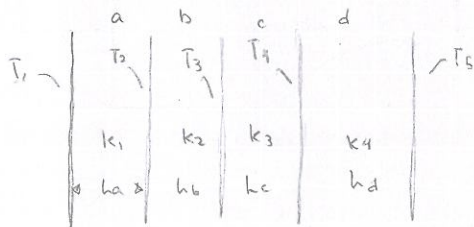


Vid flera skikt gäller

$$\left[P_{\text{cond}} = A \frac{T_H - T_C}{\sum (l/k)} \right]$$

2. Konvektion: Om man värmer en gas lokalt så expanderar gasen & densiteten sjunker. Därför stiger gasen & kyll kall luft sugs in. Gasen "transporterar" värme från källan

EX Bestäm T_4



Givet: $l_a, l_d = 2l_b, l_b = l_c, k_b = k_c, k_a, k_d = 5.0 k_b$
 $T_1 = 25^\circ C, T_2 = 20^\circ C, T_5 = -10^\circ C$

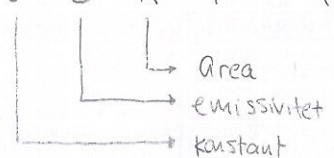
CBS! stationärt tillstånd ger: $P_A = P_B = P_C = P_D = P_{\text{tot}} = A \cdot \frac{T_H - T_C}{\sum_i l_i/k_i}$

$$k_a A \frac{T_1 - T_2}{l_a}$$

$$P_A = P_D \Leftrightarrow k_a A \frac{T_1 - T_2}{l_a} = k_d A \frac{T_4 - T_5}{l_d} \Rightarrow T_4 = T_5 + \frac{k_a}{k_d} \frac{l_d}{l_a} (T_1 - T_2) = -8^\circ C$$

3. Strålning

Ett material strålar ut värme i förhållande till sin temp:

$$P_{\text{rad}} = \sigma \cdot \epsilon \cdot A \cdot T^4 \quad (\text{W})$$


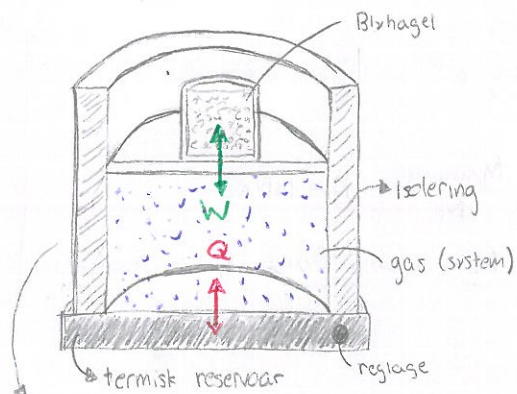
läga temp \Rightarrow IR-strålning

Höga temp \Rightarrow Synligt ljus + IR

$$[\lambda_{\text{max}} T = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{ mK}]$$

$$\left[\begin{array}{l} P_{\text{abs}} = \sigma \cdot \epsilon \cdot A \cdot T_{\text{env}}^4 \\ P_{\text{rad}} \end{array} \Rightarrow P_{\text{net}} = P_{\text{abs}} - P_{\text{rad}} = \sigma \cdot \epsilon \cdot A (T_{\text{env}}^4 - T^4) \right]$$

Fö 9: Termodynamikens 1:a huvudsats & kinetisk gasteori



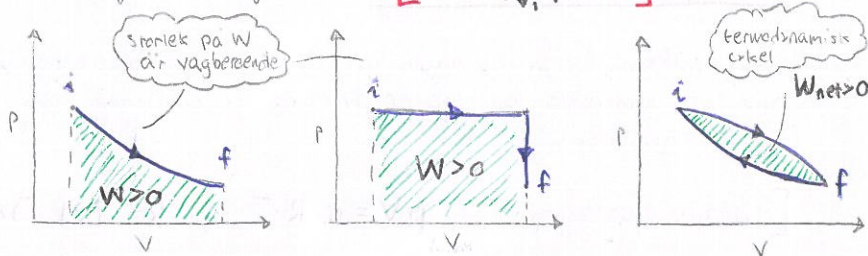
Termodynamisk process

I en termodynamisk process kan värmeenergin för system regleras genom värme från en reservoar. Dessutom kan cylindern uträtta ett arbete på systemet. Alla förändringar sker långsamt så systemet är i en konstant termisk jämvikt enligt

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = (p \cdot A) ds = p \cdot A ds = p \cdot dV$$

Detta ger vid integration: $[W = \int_{V_i}^{V_f} p \cdot dV]$

Vi kontrollerar värmeöverföringen genom reglage & gasen uträttar arbete på cylindern



Termodynamikens första huvudsats: Experiment visar att både W & Q beror av den termodynamiska processen, dvs vägen mellan i & f . Det gör dock inte ändringen av den inre energin ΔE_{int} .

$$\left[\begin{aligned} \Delta E_{int} &= E_{int,f} - E_{int,i} = Q - W \\ dE_{int} &= dQ - dW \end{aligned} \right]$$

P, V & T är tillståndsvariabler som beskriver inre energin E_{int} . Den värme, Q , som tillförs ett system omvandlas till arbete, W , eller ändrar inre energi E_{int} .

Sammanfattning värmeutbyte

$$\left[\begin{aligned} \text{Solids \& Fluids} & \left\{ \begin{aligned} Q &= m \cdot c \cdot \Delta T, \quad Q \approx \Delta E_{int} \quad (W \text{ försumbar}) \\ Q_F &= L_F \cdot m, \quad Q_V = L_V \cdot m, \quad T = \text{konst} \end{aligned} \right. \\ \text{Gas:} & \quad Q = W + \Delta E_{int} \end{aligned} \right]$$

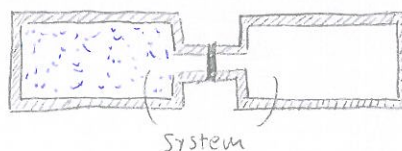
Specialfall av första huvudsatsen

• **Adiabatisk process**: $Q = 0 \Rightarrow \Delta E_{int} = -W$. "Inget värmeutbyte, ex beror på att systemet är helt isolerat från omgivning eller att processens snabbhet omöjliggör ΔQ

Isokor process: $V = \text{konstant} \Rightarrow \Delta E_{int} = Q$, dvs all värmeförändring påverkar direkt inre energin ΔE_{int}

Cyklisk process: Karakteriseras av $\Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q = W$, se graf uppe till höger

Fri expansion: $\Delta E_{int} = 0$ & $Q = W = 0$.
Sker enligt bild \Rightarrow



Avogadros tal N_A

1 mol = "# Atomer i 12 g C^{12} " = $6,02 \cdot 10^{23}$ st
 $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Antal mol: $n = \frac{N}{N_A} = \frac{M_{\text{sample}}}{M}$, $M = mN_A$

m = massa hos en molekyl, M = molmassa kg/mol , N = antal molekyler

Ideal gas i ideal omgivning

Den kinetiska teorin för gaser vill beskriva en gas beteende på mikroskopisk nivå. Utgångspunkten blir att undersöka om gaser av olika grundämnen har något gemensamt. Resultatet blir ideala gaslagen

[Ideala gaslagen: $pV = n \cdot R \cdot T$, $R = 8,31 \text{ J/mol}\cdot\text{K}$, n = antal mol]

OBS: Ett villkor för ideala gaslagen är att densiteten ska vara låg

Alternativt: gaskonstanten R förhåller sig till antalet molekyler N enligt

$$nR = Nk, \quad k = \frac{R}{N_A}, \quad k = \text{Boltzmanns konstant} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$$

Detta ger att gaslagen kan skrivas: [$p \cdot V = N \cdot k \cdot T$]

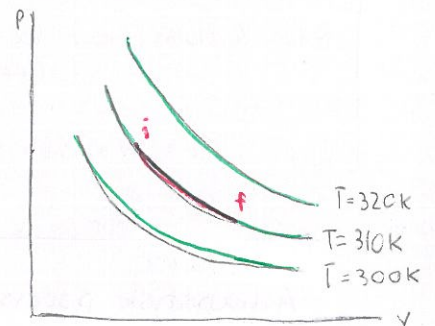
Arbetet utträtt av ideal vid konstant temperatur (Isotermisk expansion)

Def: en **isoterm** är en kurva i ett pV -diagram som har samma temperatur.

Konstant temperatur: $p = nRT \cdot \frac{1}{V} = (\text{konstant}) \cdot \frac{1}{V}$. Detta ger:

$$W = \int_{V_i}^{V_f} p \, dV = nRT \cdot \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} \, dV = nRT \left[\ln V \right]_{V_i}^{V_f}$$

$$\therefore \left[W = nRT \cdot \ln \frac{V_f}{V_i} \right]$$



OBS! Formeln ovan villkorar att $T = \text{konstant}$, om T varierar ingår den i integranden. Om istället $p = \text{konstant}$ fås $W = p(V_f - V_i) = p \cdot \Delta V$

Fö 10: Kinetisk gasteori

Kinetiska gasteorin relaterar gasmolekylernas mikroskopiska rörelser till makroskopiska parametrar. Volym beror av molekylernas frihet att sprida ut sig, trycket beror på kollisioner mellan atomer & väggar, & E_{int} kopplas till atomernas kinetiska energi!

[AGL: $p \cdot V = n \cdot R \cdot T = n \cdot k \cdot T \cdot N_A$; $N = n N_A = \frac{M_{\text{sample}}}{M} \cdot N_A = \frac{M_{\text{sample}}}{m_{\text{molekyl}}} \cdot N_A = \rho \cdot V \cdot N_A = \text{Avogadro's tal}$]

Medelfri väg: Används för att beskriva molekylers slumpmässiga rörelser i en gas.

Medelfri väg λ beskriver den genomsnittliga sträckan molekylerna färdas mellan kollisioner

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot d^2 \cdot \frac{N}{V}}$$
, $d = \text{molekyldiametern}$

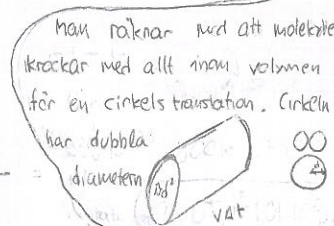
Ex: $G: d = 290 \cdot 10^{-12} \text{ m}$
 $T = 300 \text{ K}$
 $p = 1.0 \text{ atm} = 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

Sökt: medelfri väg λ (angivet i antal molekyldiametrar)

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot d^2 \cdot \frac{N}{V}}$$

$$\Rightarrow \text{ / två ekv, två kända / } \Rightarrow \lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot n \cdot d^2 \cdot \frac{p}{kT}}$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \text{ K}}{\sqrt{2} \cdot n \cdot (290 \cdot 10^{-12} \text{ m})^2 \cdot 1.01 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 1.09 \cdot 10^{-7} \text{ m} \approx 376 \text{ molekyldiametrar}$$



Förenklad härledning
 - Kommer vara proportionell mot molekyldensitet N/V
 Vi tänker oss en molekyl med diametern d som krockar med allt inom cirkeln πd^2 , dvs en cirkel med radie $r=d$. Om molekylen rör sig sträckan $v \cdot \Delta t$
 $\lambda = \frac{\text{färdsträcka under } \Delta t}{\text{antal kollisioner under } \Delta t}$
 $\lambda \approx \frac{\Delta t \cdot v}{\pi d^2 \cdot v \cdot \Delta t \cdot \frac{N}{V}} = \frac{1}{\pi d^2 \cdot \frac{N}{V}}$
 I formeln tillkommer faktorn $\frac{1}{\sqrt{2}}$ då vi släpper på keravet att alla andra molekyler är statiska

Obs! Hastigheter för molekyler är normalfördelade, med olika väntevärde för olika ämnen. Generellt är att hastigheten ökar med temperaturen.

Translationsenergi för enatomär gas (ädelgasen)

[$E_{int} = \text{"antal molekyler"} \cdot \text{"genomsnittlig kinetisk energi/kinetik"} = N \cdot K_{avg}$], Atomerna kan sägas vara punktmassor & har alltså vid varje tidpunkt energin $\frac{1}{2} m v^2$. Om vi tittar på en atom över tid kan vi uttrycka dess energi som K_{avg} & formulera

$$K_{avg} = (\frac{1}{2} m v^2)_{avg} = \frac{1}{2} m (v^2)_{avg} = \frac{1}{2} m v_{rms}^2$$
 där v_{rms} är alla molekylers i gasens genomsnittliga hastighet. Detta stämmer så länge hela gasens energi E_{int} inte förändras & vi observerar tillräckligt länge.

Om en gas med N st molekyler är innesluten kan vi härleda ett samband mellan deras hastighet & trycket mot väggarna. Stöten är elastisk (ingen energiförlust) & momentet på väggen är $k_p = 2 m v_x$ där $m v_x$ är molekylens rörelsemängd. $\frac{\Delta k_p}{\Delta t} = \frac{2 m v_x}{2a/v_x}$ där $2a$ är sträckan mellan väggarna fram & tillbaka.

Newton ger att $F = \frac{d k_p}{dt}$ så om vi adderar alla molekylers bidrag & dividerar med a^2 får vi $p = \frac{1}{3} n m v^2$, $v = (v_x, v_y, v_z)$

$$p = \frac{m}{a^3} (v_{x1}^2 + \dots + v_{Nx}^2) = \frac{m N_A n}{V} (v_x^2)_{avg} = \frac{n M (v^2)_{avg}}{3}$$

 AGL $\Rightarrow p = \frac{n R T}{V}$ $p = \frac{n R T}{V}$

$$\left[v_{rms} = \sqrt{\frac{3 R T}{M}} \right]$$

Mikroskopisk teori

Betrakta elastisk kollision från en molekyl (massa m) rörelsemängd $k_p = m v_x$
 $\Delta q_x = -2 m v_x$
 $F_x = -\frac{\Delta q_x}{\Delta t}$
 $p = \frac{F}{a} \Rightarrow p = \frac{F}{V}$

$$K_{avg} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \overset{v_{rms}^2}{\frac{3RT}{M}} \Leftrightarrow \left[M = m N_A \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{N_A} \right] \Leftrightarrow K_{avg} = \frac{3}{2} kT \quad [\text{genomsnittl. E/molekyl}]$$

OBS! OBERGÄNDE AV ÄMNE. Fett coolt!

Värmebyte, Q, & inre energin, E_{int}, för en ideal gas

I Fasta ämnen & vätskor; Samspel mellan massa, temperatur & värmekapaciteter

$$Q = m \cdot c (T_f - T_i) = C (T_f - T_i)$$

W försummas så $Q \approx \Delta E_{int}$

II Gaser Första huvudsatsen ger $Q = \Delta E_{int} + W$, $W = \int p dV$, OBS! Specifica värmekapaciteten används ofta

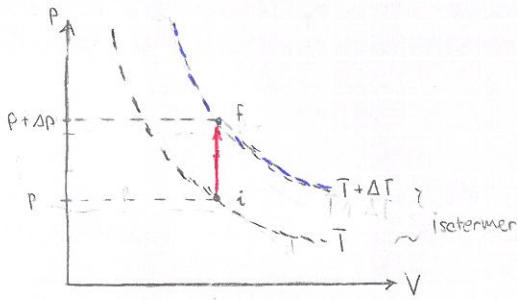
E_{int} för en monatomär gas (ädelgas)

I och med att vi härlett uttryck för K_{avg} , genomsnittlig energi i en molekyl i en jämsluten gas kan vi, om vi känner till dess innehåll bestämma ett uttryck för dess energi totalt, E_{int}.

$$E_{int} = (n \cdot N_A) \cdot K_{avg} = (n N_A) \left(\frac{3}{2} kT \right) = \frac{3}{2} n \cdot R \cdot T, \quad R = 8,31 \text{ J/molK}$$

Processrelaterade värmekapaciteter

Isokor process (konstant volym)

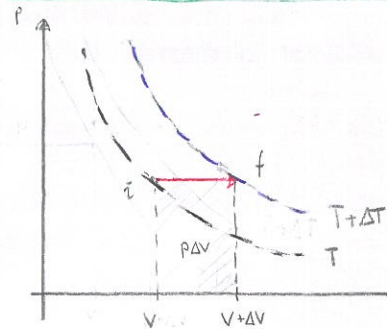


$$V = \text{konstant} \Rightarrow \begin{cases} Q = \Delta E_{int} + \int p dV = \Delta E_{int} \\ Q = n \cdot c_v \Delta T, \quad c_v \text{ konstant} \end{cases}$$

En ädelgas förändring ΔE_{int} beror bara på ΔT om $V = \text{konst}$.

$$\left[\begin{array}{l} \text{Allmänt:} \\ \Delta E_{int} = n \cdot c_v \cdot \Delta T \\ E_{int} = n \cdot c_v \cdot T \\ \text{För ädelgas:} \\ c_v = \frac{3}{2} R \end{array} \right]$$

Isobar process (konstant tryck)



$$P = \text{konstant} \Rightarrow \begin{cases} Q = n \cdot c_p \cdot \Delta T \\ Q = \Delta E_{int} + W \end{cases}$$

Första HJ $Q = \Delta E_{int} + W = (n c_v \Delta T) + (p \Delta V)$
 Vi kan skriva $n c_p \Delta T = n c_v \Delta T + p \Delta V \Leftrightarrow$
 $n \cdot c_p \Delta T = n c_v \Delta T + n R \Delta T \Leftrightarrow c_p = c_v + R$

$$(1)(2) \Rightarrow \left[c_p = c_v + R, \text{ gäller allmänt} \right]$$

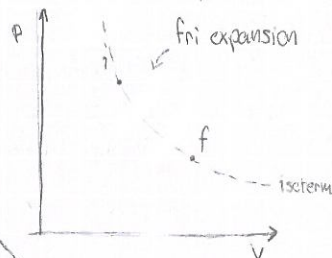
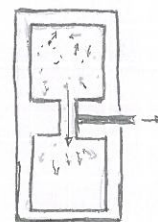
$\left[\text{För andra processer finns } c_p \text{ specifika värmekapaciteter, använd: } Q = n c_v \Delta T + \int p dV \right]$

Fö11: Termodynamiska processer: Entropi & andra huvudsatsen

Entropi, S , kallas ofta tidens pilriktning. Det finns två ekvivalenta sätt att definiera entropiförändring:

1. Entropi & Termodynamikens 2:a huvudsats: Entropi definieras genom $dS = \frac{dQ}{T}$. Entropi infördes av under utvecklingen av ångtekniken under 1800-talet, då man sökte optimala motorer. Man fann att den värme som oundvikligen måste avges vid det kalla läget beskrivs av $Q_c = S \cdot T_c$. Om entropin är stor kan mindre energi omsättas i arbete.

Om en irreversibel process sker i ett slutet system så ökar alltid entropin. Ett exempel på en sådan process är en fri expansion. Den kommer att ske spontant i en riktning. Vi kan inte heller säga något vägen mellan initialläge & finalläge. Detta är dock inte ett problem. Entropin, som vi intresserar oss för nu, är en tillståndsväriabel. I försök att beskriva irreversibla processer kan vi därför betrakta en godtycklig reversibel process som kan knyta samman finalläget med initialläget. I fallet med en fri expansion kan vi tänka oss en isotherm process som sker i små steg där vi håller temperaturen konstant under volymförändringen.

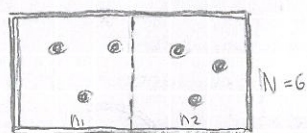
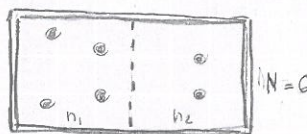


2. Statistisk Mekaniik: Handlar om att beskriva sannolikheter av olika molekylkonfigurationer givet att en molekyl har lika stor sannolikhet att befinna sig överallt.

Man brukar beteckna antal molekyllstånd med w . Det var Boltzmann som hittade sambandet mellan entropi & w :

$$S = k \cdot \ln w$$

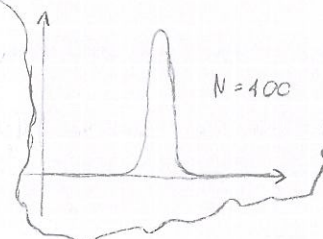
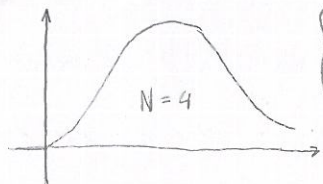
↓
Boltzmanns konstant
 $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$



Här är alltså entropi, S , ett mått på sannolikheten för ett system att vara konfigurerat i ett tillstånd. Hög sannolikhet \Rightarrow högt S .

För (*) gäller: Multiplicitet: $w = \frac{N!}{n_1! n_2!}$

n_1 är antalet molekyler i vänster halva
 n_2 är antalet molekyler i höger halva



Makroskopisk beskrivning: Entropin kan i alla fall beskrivas som ändringen av energi i en reversibel process.

S är en tillståndsväriabel så ΔS är vägberoende

$$\Delta S = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \int_i^f ds = S_f - S_i$$

$$Q > 0 \Rightarrow \Delta S > 0$$

$$Q < 0 \Rightarrow \Delta S < 0$$

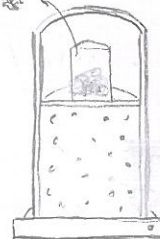
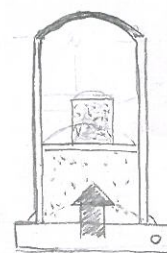
För exemplet med fri expansion gäller således att

$$\Delta S_{\text{fri exp}} = \Delta S_{\text{isotherm}} = \int_i^f \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T}$$

Om temperaturändringen för systemet, ΔT , är liten i förhållande till temperaturen initialt kan S approximeras. Cik & $\frac{\Delta T}{T_i} < 0,1$

$$\Delta S = S_f - S_i = \frac{\Delta S}{T_{\text{avg}}}$$

↓
 T_{avg} är medeltemperatur för systemet under processen



Ovan är motsvarande reversibla process som motsvarar av att vikter lyfts av så volymen ökar. Temperaturen ska vara konstant så värme måste tillföras.

Beräkning av Entropi $ds = \int \frac{dQ}{T}$

I Fasta ämnen och vätskor

a) Temperaturändring, $Q = mc \Delta T \Rightarrow dQ = mc dT$

$$\left[\Delta S = mc \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} = mc \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) \right]$$

b) Fasövergång, $Q = mh$, h är smält-/ångbildningsvärme & $T = \text{konstant}$

$$\left[\Delta S = \int \frac{dQ}{T} = \frac{mh}{T} \right]$$

Ex En isbit smälter & kommer i jämvikt med en temp. reservoar:

$$\Delta S_{\text{isbit}} = \int_{T_i}^{273} \frac{m C_{\text{is}}}{T} dt + \frac{m h_f}{273} + \int_{273}^{T_f} \frac{m C_{\text{H}_2\text{O}}}{T} dT \quad \text{OBS! } C_{\text{is}} \neq C_{\text{H}_2\text{O}}$$

II Gaser

Första huvudsatsen $\Rightarrow Q = \Delta E_{\text{int}} + W = n C_v \Delta T + \int p dV$

$$\left[\begin{aligned} \text{°°} \quad dQ = n C_v dT + p dV &\Leftrightarrow dS = \frac{dQ}{T} = \frac{n C_v}{T} dt + \frac{p}{T} dV \Leftrightarrow \left\{ \frac{p}{T} = \frac{nR}{V} \text{ enligt AGL} \right\} \Leftrightarrow \\ \Delta S = \int dS = n C_v \int \frac{1}{T} dt + nR \int \frac{1}{V} dV &\Rightarrow \end{aligned} \right]$$

$$\left[\Delta S = n \cdot C_v \cdot \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + nR \cdot \ln\left[\frac{V_f}{V_i}\right], \quad \forall \text{ processer} \right]$$

Processspecialfall

Isoterm: $T = \text{konst} \Rightarrow \Delta S = \frac{Q}{T} = \frac{W}{T}$

Isokor: $V = \text{konst} \Rightarrow \Delta S = n C_v \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$

Isobar: $p = \text{konst} \Rightarrow dQ = n C_p dT \Rightarrow \Delta S = n C_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$

Adiabat: $dQ = 0 \Rightarrow \Delta S = 0$ ("Adiabat" = "isentrop")

Termodynamikens andra huvudsats: Om ett system & dess omgivning utgör ett isolerat system så gäller \forall processer

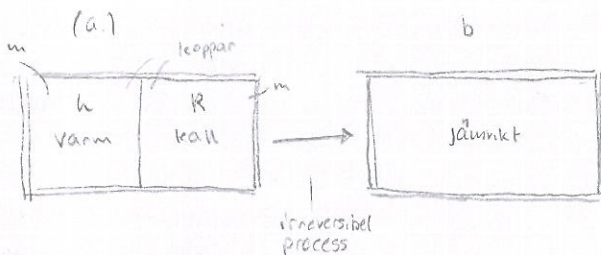
$$\Delta S_{tot} = \Delta S_{system} + \Delta S_{omgivning} \geq 0$$

- Likhet för reversibel process & aldrig likhet för irreversibel
- Processer som strider mot 2:a HS kommer inte att ske spontant

1a HS \Rightarrow Energi bevaras

2a HS \Rightarrow Universums totala entropi ökar

Ex1



Givet $m = 1,5 \text{ kg}$
 $T_{i, \text{V}} = 60^\circ\text{C}$
 $T_{i, \text{K}} = 20^\circ\text{C}$
 $T_f = 40^\circ\text{C}$
 $c_{cu} = 386 \text{ J/kgK}$

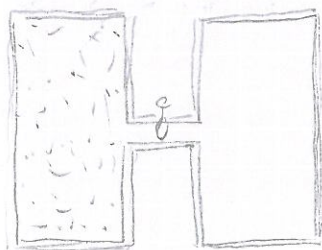
(a) Vänster kopparbit $\Delta S_{rev} = \int \frac{dQ}{T} = \int dQ = mc \int \frac{1}{T} dt = mc \ln \frac{T_f}{T_i}$
 $= 1,5 \text{ kg} \cdot 386 \text{ J/kgK} \ln \left(\frac{40 + 273 \text{ K}}{60 + 273 \text{ K}} \right) = -35,86 \text{ J/K}$

Höger kopparbit $\Delta S_{irr} = \{p.s.s.o\} = mc \ln \frac{T_f}{T_i} = 1,5 \text{ kg} \cdot 386 \text{ J/kgK} \ln \left(\frac{40 + 273}{20 + 273} \right) = 38,23 \text{ J/K}$

$\Rightarrow \Delta S_{tot} = -35,86 \text{ J/K} + 38,23 \text{ J/K} = 2,37 \text{ J/K} (> 0, \text{ OK enl 2:a HS})$

\therefore Processen kan ske spontant!

Ex2



En mol N_2 är instängd i behållare i vänster halva. När kranen öppnas dubblas volymen. Hur stor är entropi-ändringen?

$$\Delta S_{irr} = \Delta S_{rev} = \int \frac{dQ}{T} = \int \frac{dQ}{T} = \frac{Q}{T} = \frac{W}{T} = nR \int \frac{1}{V} dV = nR \ln \frac{V_f}{V_i} = nR \ln 2 = 8,31 \ln 2 \text{ J/K}$$

Alt $\Delta S = S_f - S_i = \{S = k \ln W\} = k (\ln W_f - \ln W_i) = \{ \ln W_i = 0 \} = k \ln W_f = k \ln \left(\frac{N_A}{\frac{N_A}{2}} \right) = k \ln \left(\frac{N_A!}{\frac{N_A!}{2}} \right) = k \left(\ln(N_A!) - 2 \ln \left(\frac{N_A!}{2} \right) \right) = \left\{ \text{sterlings formel: } \ln x! \approx x \ln x - x \right\} = k \left(N_A \ln N_A - N_A - 2 \left(\frac{N_A}{2} \ln \frac{N_A}{2} - \frac{N_A}{2} \right) \right) = \underbrace{k N_A}_{R} \ln 2 = R \ln 2$

Fö 12: Värme- & kylmaskiner (kretsprocesser)

En kretsprocess är en serie delprocesser som återför arbetsmediet till initialtillstånd. Det innebär att tillståndsvariabler återförs till initialt värde. (S, p, V, E_{int}, T)

Värmemaskiner

Verkningsgrad: $\epsilon := \frac{W_{netto}}{Q_{tillförd}}$ W_{netto} är arbetet under en cykel

En värmemaskin är en maskin som extraherar energi från dess miljö i form av värme till användbart arbete. (Ex. ångkraftverk, förbränningsmotor etc). Om motorn fungerar på ett hållbart/upprätthållt sätt måste den arbetande substansen verka i en sluten cykel. På samma sätt som vi approximerar verkliga gaser med abstraktionen ideala gaser (fungerar bra om densiteten är låg) kan vi studera en ideal värmemaskin för att få förståelse för hur riktiga motorer fungerar. En ideal värmemaskin kallas för en Carnotmaskin. För en sådan är alla delprocesser reversibla. Vi får en sluten cykel, $\Delta E_{int} = 0$, & arbetet uttrycks med första huvudsatsen: $W_{netto} = |Q_H| - |Q_L|$

$$\Rightarrow \left[\epsilon = \frac{W_{netto}}{Q_{tillförd}} = \frac{|Q_{tillförd}| - |Q_{avförd}|}{|Q_{tillförd}|} = 1 - \frac{|Q_{avförd}|}{|Q_{tillförd}|} \right]$$

Stirlingmotorn: En annan ideal motor med isokor delprocess.

Ekvationen ovan fungerar inte för alla ideala motorer. En motor med isokor delprocess har $dQ \neq 0$ till skillnad från adiabater. Det innebär att $W_{netto} \neq |Q_H| - |Q_L|$. Här får vi:

$$Q = \Delta E_{int} + W \Rightarrow Q_{12} > 0, W_{isokor} = 0 \text{ \& } pV = nRT \Rightarrow \Delta p > 0 \Leftrightarrow \Delta T > 0$$

$$\Delta E_{int,12} = n C_v \Delta T > 0$$

Skillnaden mellan Stirlingmotorn & Carnotmotorn är alltså att värme överförs under alla delprocesser. Detta gör att mer energi omsätts i värme per cykel & att det mekaniska arbetet för maskinen minskar. Effektiviteten för en Stirlingmotor uttrycks:

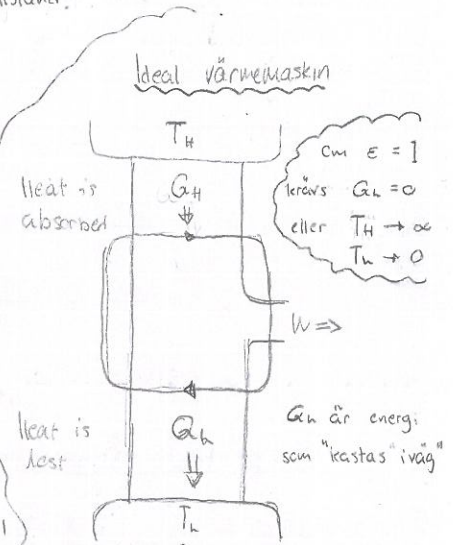
$$\epsilon_{Stir} = 1 - \left| \frac{Q_{12}}{Q_{34}} \right| = \left\{ \text{använd processspecifik värmekapacitet för att få fram } Q_{12}, Q_{34} \right\}$$

Värmemaskiner handlar om att utnyttja kretsprocesser på bästa sätt för att maximera W i första huvudsatsen. $\Delta E_{int} = Q - W$. För isotermska processer är $\Delta E_{int} = 0$, $\Rightarrow Q = W$. Detta uppnås genom att låta en gas utföra arbete (expandera) genom att tillföra värme från en reservoar i en takt som ger konstant temperatur. I adiabater är istället $Q = 0$, $\Delta E_{int} = -W$. Genom att se på entropiändringen under en cykel kan vi härleda ett värdefullt uttryck. Det gäller att

$$\Delta S_{cykel} = \Delta S_{isoterm,1} + \Delta S_{adiabat,1} + \Delta S_{isoterm,2} + \Delta S_{adiabat,2} = 0$$

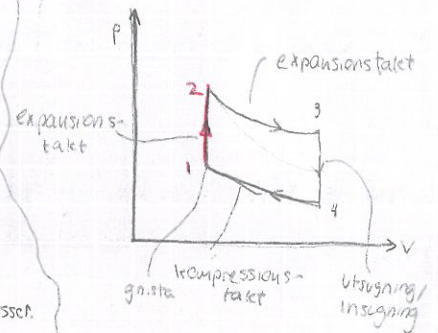
$$\left\{ \begin{aligned} \Delta S_{isoterm,1} &= \int \frac{dQ}{T} = \frac{|Q_H|}{T} \\ \Delta S_{isoterm,2} &= \int \frac{dQ}{T} = \frac{-|Q_L|}{T} \\ \Delta S_{adiabat} &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$\therefore \frac{|Q_H|}{T} + \left(\frac{-|Q_L|}{T} \right) = 0 \Rightarrow \left[\frac{|Q_H|}{|Q_L|} = \frac{T_H}{T_L} \right] \left[\epsilon_{Carnot} = 1 - \frac{T_L}{T_H} \right]$$

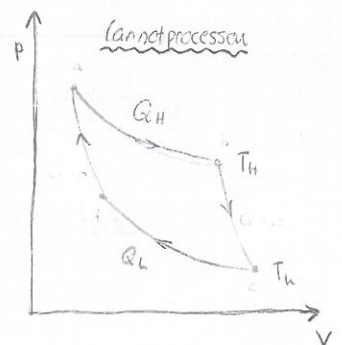


4-taktsmotorn / Stirlingmotor:

En cykel med isotermer & isokorer



En Carnotmotor har $\epsilon \approx 60\%$ & i praktiken \(\epsilon \approx 30\%\). En motor med $\epsilon = 1$ skulle motsvara en b\u00e4tmotor som kan omvandla v\u00e4rme fr\u00e5n vattnet & drivas utan annat drivmedel. Utan kostnad.



Ex Givet: En Carnotmaskin har $T_H = 800\text{K}$ & $T_L = 300\text{K}$ & maskinen levererar 1200J W_{netto} per v. Eff varv för $1/4\text{s}$
Sökt: ϵ , $P = W/t$, Q_H & Q_L

$$\epsilon = 1 - \frac{T_L}{T_H} = \frac{500}{800} = 0.625 \Rightarrow 62.5\%$$

$$P = \frac{1200}{1/4} = 4800\text{W} = 4.8\text{kW}$$

$$Q_H = \frac{W}{\epsilon} = \frac{1200}{0.625} = 1920\text{J} = 1.92\text{kJ}$$

$$Q_L = W + \Delta E_{\text{int}} = W \Leftrightarrow |Q_H - Q_L| = W_{\text{netto}} \Rightarrow Q_L = Q_H - W_{\text{netto}} = 655\text{J}$$

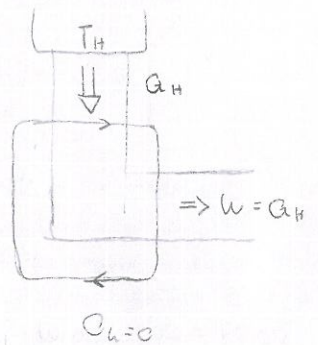
Den perfekta värmemaskinen. (Carnot)

$$\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S_{\text{system}} + \underbrace{\frac{-|Q_H|}{T_H} + \frac{|Q_L|}{T_L}}_{\text{omgivning}} = \frac{-|Q_H|}{T_H} < 0$$

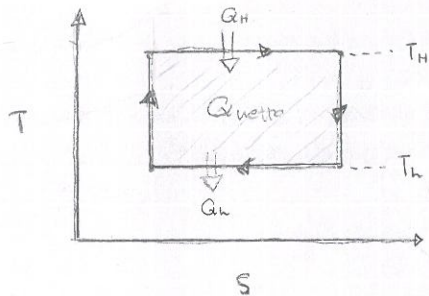
"tot = system + omgivning"

STRIDER MOT ANDRA HUVUDSATSEN!!

Perfekt värmemaskin



Carnotprocessen i ett TS-diagram



$$dS = \frac{dQ}{T} \text{ ger } dQ = T \cdot dS$$

$$dG = T \cdot dS \Leftrightarrow Q = \Delta T \cdot \Delta S$$

Då G & T är kopplade till värmeförändring förstås att lägre $\Delta S \Rightarrow$ högre ΔT & därtill bättre motorer

Kylmaskin: En kylmaskin använder arbete, W , för att flytta värme från varm reservoar till kall reservoar

$$K := \text{Kylfaktor} = \frac{|Q_{\text{avförd, } T_L}|}{|W_{\text{netto}}|} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

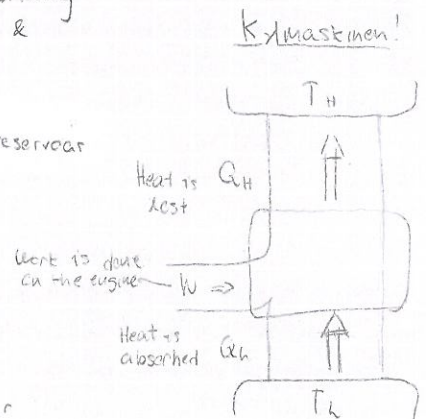
"Carnotkylmaskinen är den effektivaste kylmaskinen" (K kan vara > 1)

Ex Ett kylskåp har innetemp = 5°C & utetemp = 20°C . Vard blir K om vi antar att det är en Carnotkylmaskin

$$K_c = \frac{T_L}{T_H - T_L} = \frac{(5+273)\text{K}}{20-5\text{K}} = \frac{278}{15} = 18.5$$

Värmepump: Då man försöker föra in värme med värmepumpar talar man om värmefaktor K_v

$$K_v = \frac{|Q_{\text{tillförd, } T_H}|}{|W|} = \{\text{Carnot}\} = \frac{|Q_H|}{|W|} = \frac{1}{\epsilon_c}$$



En perfekt kylmaskin överför värme $W=0$ utan arbete men det är ej möjligt pga Andra HS!

